

OS CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS A PARTIR DA FABRICAÇÃO, DA GRADUAÇÃO E DO USO DO BÁCULO DE LEONARD DIGGES SOB O OLHAR DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM EXERCÍCIO**GEOMETRIC KNOWLEDGE EMERGING FROM THE FABRICATION, GRADUATION AND USE OF LEONARD DIGGES' CROSS-STAFF: INSIGHTS FROM IN-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS****CONOCIMIENTOS GEOMÉTRICOS A PARTIR DE LA FABRICACIÓN, GRADUACIÓN Y USO DEL BÁCULO DE LEONARD DIGGES DESDE LA MIRADA DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN EJERCICIO**

10.56238/revgeov16n5-283

Antonio Carlos Damasceno dos Santos

Doutorando em Educação

Instituição: Universidade Estadual do Ceará (UECE)

ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-3062-8606>Lattes: <https://lattes.cnpq.br/5596451126112295>

E-mail: carlos.damasceno@aluno.uece.br

Ana Carolina Costa Pereira

Pós-doutora em Educação Matemática

Instituição: Universidade Estadual do Ceará (UECE)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3819-2381>Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1062497580478584>

E-mail: carolina.pereira@uece.br

RESUMO

A formação de professores de matemática tem se destacado pelo interesse dos órgãos governamentais em propor diretrizes que orientem as competências profissionais, conhecimentos e práticas que os docentes devem desenvolver para a educação básica. Entretanto, alguns saberes matemáticos, em particular os geométricos devem ser alvo de preocupação pelos formadores, que devem direcionar seus cursos na compreensão de conceitos, recursos e metodologias que ajudem no fazer da sala de aula. Dentre as várias maneiras de trazer uma geometria amparada nas habilidades e competências propostas pelos documentos curriculares, a história da matemática é um meio de articular conceitos e recursos didáticos para a compreensão dos saberes incorporados na prática docente. Dessa forma, esse artigo tem o intuito de apresentar as concepções de professores de matemática, em exercício, de uma escola do município de Fortaleza, no Ceará, sobre os conhecimentos geométricos que emergem da fabricação, da graduação e do uso do báculo de Leonard Digges (1520-1559) contido no tratado intitulado *A BookeNamedTectonicon*, publicado em 1605. Para isso adotou-se uma metodologia qualitativa, de caráter exploratório e empírico, desenvolvida sob a forma de estudo de caso com a aplicação de um curso de formação continuada, utilizando-se como instrumentos de coleta de dados, questionários, atividades, áudios e filmagens. Neste sentido, os resultados apontam que o trabalho com o báculo e



com o tratado favorece a ressignificação de conhecimentos geométricos e inspira novas possibilidades para a prática docente em sala de aula.

Palavras-chave: Conhecimentos Geométricos. Báculo de Leonard Digges. Instrumentos Matemáticos. História da Matemática. Formação de Professores de Matemática.

ABSTRACT

This article discusses the geometric knowledge that emerges when in-service mathematics teachers are invited to fabricate, graduate and use Leonard Digges' cross-staff in a continuing education course. The study is part of a qualitative research project carried out in a public school in the municipal network of Fortaleza (Brazil). The empirical material was produced in the course Geometria e História – Instrumentos Históricos e o Ensino de Geometria, focusing on Module 3 and, in particular, on Task 10, in which the participants systematized, in a table, the mathematical knowledge they considered to be mobilized in each stage of the construction of the instrument. The data set includes written records of the tasks, resource cards based on Digges' A Boke Named Tectonica and audio recordings of group discussions. The analysis highlights four main axes: (a) understanding of unit, subunit and subdivision of segments, linked to the use of feet and inches; (b) relations between scale, composition of the main staff and proportionality; (c) attention to perpendicularity, alignment and practical decisions involved in the fabrication of the prototype; and (d) attempts to connect these ideas with curricular documents such as BNCC and DCRFor. The results suggest that working with historical mathematical instruments can foster richer discussions about measurement, fractions, proportionality and similarity of triangles in teacher education, while also revealing limits for the direct transposition of such activities to regular classrooms.

Keywords: Cross-staff. Leonard Digges. Geometry Education. History of Mathematics. Teacher Education.

RESUMEN

Este artículo analiza qué conocimientos geométricos emergen cuando profesores de matemáticas en ejercicio son invitados a fabricar, graduar y utilizar el báculo de Leonard Digges en un curso de formación continua. El estudio forma parte de una investigación cualitativa realizada en una escuela pública de la red municipal de Fortaleza (Brasil). El material empírico fue producido en el curso Geometría e Historia – Instrumentos Históricos y la Enseñanza de la Geometría, con énfasis en el Módulo 3 y, en particular, en la Tarea 10, en la cual los participantes sistematizaron, en una tabla, los saberes matemáticos que consideraban movilizados en cada etapa de construcción del instrumento. El conjunto de datos incluye registros escritos de las tareas, tarjetas recurso basadas en el tratado A Boke Named Tectonica y grabaciones de audio de las discusiones en grupo. El análisis pone de relieve cuatro ejes principales: (a) comprensión de unidad, subunidad y subdivisión de segmentos, ligada al uso de pies y pulgadas; (b) relaciones entre escala, composición del báculo principal y proporcionalidad; (c) atención a la perpendicularidad, al alineamiento y a las decisiones prácticas implicadas en la fabricación del prototipo; y (d) intentos de articular estas ideas con documentos curriculares como la BNCC y el DCRFor. Los resultados sugieren que el trabajo con instrumentos matemáticos históricos puede favorecer discusiones más ricas sobre medidas, fracciones, proporcionalidad y semejanza de triángulos en la formación de profesores, al mismo tiempo que evidencia límites para la transposición directa de este tipo de actividades a las clases regulares.

Palabras clave: Báculo. Leonard Digges. Enseñanza de la Geometría. Historia de la Matemática. Formación de Profesores.



1 INTRODUÇÃO

A formação de professores no Brasil vem sofrendo mudanças significativas principalmente devido à publicação da Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores (BNC Formação). Criada em 2019 por meio da Resolução CNE/CP nº 2/2019, publicada pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), foi impulsionada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), publicada em 2018 que visa estabelecer competências profissionais, conhecimentos e práticas as quais os professores devem desenvolver para a educação básica. Por meio da BNC Formação, os cursos de licenciatura no Brasil organizam a estrutura curricular buscando garantir uma formação de qualidade para os futuros professores.

Na Matemática, essas orientações promoveram mudanças significativas, principalmente voltadas para a atuação do professor que exige uma formação profissional específica, baseado nos elementos formadores do aluno da Educação Básica determinados pela BNCC. Além disso, a formação profissional não se encerra na graduação, ou seja, há uma necessidade de um desenvolvimento profissional permanente.

Outro ponto importante é o reconhecimento da prática como um espaço essencial de formação do profissional, ou seja, um ambiente de vivência, reflexão e construção de saberes, no qual a profissão docente tem valor substantivo na construção de uma sociedade. Entretanto, na formação específica que é direcionada aos conteúdos da matemática, pouco tem inserido elementos formadores do aluno da Educação Básica determinados pela BNCC. Em particular, os voltados para o ensino de conceitos geométricos.

O estudo de conceitos geométricos ainda é uma preocupação para os formadores de professores. Segundo Barros e Pavanello (2022, p.12), “pesquisas mais recentes apontam que o ensino da Geometria se mostra ineficiente e precário, o que evidencia as dificuldades tanto de professores quanto de alunos em todos os segmentos da Educação Básica”. Embora com todas as mudanças ocorridas nos últimos anos, ainda há necessidade de investimentos na formação docente, os quais promovam orientação metodológica e capacitação para aqueles que estão diariamente nas salas de aula.

Para isso, as formações docentes, tanto para licenciandos quanto para professores em exercício, merecem destaque e deveriam constituir uma prioridade nas pesquisas brasileiras, sobretudo aquelas vinculadas aos saberes de conteúdo e aos saberes pedagógicos (Schurmann, 1986), especialmente no que diz respeito ao ensino de geometria.

Dessa forma, esse artigo tem o intuito de apresentar as concepções de professores de matemática, em exercício, de uma escola do município de Fortaleza, no Ceará, sobre os conhecimentos geométricos que emergem da fabricação, da graduação e do uso do báculo de Leonard Digges (1520-1559) contido no tratado intitulado *A Booke Named Tectonicon*, publicado em 1605. Para isso utilizou-se uma metodologia qualitativa, de caráter exploratório e empírico, desenvolvida como forma de



estudo de caso (Gil, 2002; Yin, 2015) para a aplicação de um curso de formação continuada e adotou-se como instrumentos de coleta de dados, questionários, atividades, áudios e filmagens.

Assim, o artigo inicialmente traz uma discussão sobre os possíveis recursos didáticos que estão inseridos na história da matemática, e como esses recursos estão na interface entre história e ensino de matemática. Em seguida é apresentado o Cross Staff de Leonard Digges (1520-1559) e o tratado o qual está inserido, para que posteriormente sejam detalhados os fundamentos metodológicos e as concepções matemáticas sobre a fabricação, a graduação e o uso do báculo.

2 A INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA

A história da matemática tem se tornado um elemento bastante discutido no cenário nacional principalmente no que se refere aos recursos históricos (tratados, instrumentos matemáticos, artefatos, imagens, entre outros), que a partir de tratamentos didáticos, podem ser utilizados no ensino. Eles podem auxiliar na contextualização, humanização e compreensão dos conceitos matemáticos, despertando o interesse e o engajamento dos alunos, mostrando a matemática como uma construção humana contínua, e não apenas um conjunto de regras abstratas.

De acordo com Baroni, Teixeira e Nobre (2004) a história da matemática pode ser inserida na Educação Básica e na formação de professores por diversas maneiras: em textos e narrativas históricas, em problematizações a partir de contextos antigos, em biografias de matemáticos, em materiais manipuláveis e jogos, em linhas do tempo e exposições, em filmes e documentários, entre outros.

Construir uma interface entre a história da matemática e o ensino de matemática pode ser uma maneira de utilizar esses recursos históricos efetivamente. Segundo Saito (2013) a articulação entre essas duas áreas não é uma mera utilização de narrativas históricas para ensinar conteúdos, mas uma construção mais profunda, na qual os historiadores da matemática e os educadores matemáticos dialogam para produzir um material e refletir sobre decisões didáticas. Também é importante ressaltar que a história da matemática não é neutra, e sua performance depende da perspectiva historiográfica, do método e da narrativa escolhida.

Dessa forma, a partir do diálogo entre pesquisadores, tomando como base um documento histórico (texto, excerto, instrumento, monumento, fotografia, imagem, figura, vídeo, entre outros), iniciam-se duas etapas: “o contexto no qual o conhecimento é desenvolvido” e “o movimento do pensamento na formação do conceito matemático”¹.

A partir dessas etapas, são elencadas potencialidades didáticas que são aspectos de um recurso histórico-matemático (documento, instrumento, atividade) que podem ser explorados para enriquecer o ensino de Matemática (Pereira e Saito, 2019). Nela elementos emergem a partir de uma atividade com base em fonte histórica que propicie reflexão sobre o conhecimento matemático, suas condições

¹ Para maiores informações vide Pereira e Saito (2018; 2019).



de produção, ou seja; não se trata apenas de “usar história por usar”, mas de identificar o que ali, no contexto, no instrumento e no documento, pode ativar aprendizagens matemáticas, epistemológicas e formativas para professores e alunos.

Nesse sentido o instrumento *Cross Staff* de Leonard Digges, estudado a partir de um tratado do século XVII, é um elemento dentro da interface entre a História da Matemática e o Ensino de Matemática que pode levar o professor em formação a desenvolver uma compreensão mais ampla sobre os contextos históricos de produção dos saberes matemáticos, além de refletir sobre as práticas pedagógicas investigativas e contextualizadas.

3 O CROSS STAFF DE LEONARD DIGGES

O instrumento conhecido como *cross staff*, que aqui é adotado pelo termo báculo, descrito por Leonard Digges (1520-1559) em *A Boke Named Tectonicon*, edição de 1605, ocupa um lugar particular no conjunto de instrumentos matemáticos do século XVI². Ele aparece em um “pequeno tratado” ao final da obra, explicitamente anunciado no próprio frontispício, o qual Digges afirma ter incluído

E em seguida, um pequeno tratado adicionado, abrindo a composição e aplicação de um instrumento chamado proveitoso bastão (báculo). Com outras coisas aprazíveis necessárias a maior parte dirigida a agrimensores, medidores de terra, marceneiros, carpinteiros e pedreiros (Digges, 1605, frontispício, tradução nossa).³

Esse enunciado já indica o público ao qual o instrumento se destina (agrimensores, medidores de terras, carpinteiros, pedreiros) e, ao mesmo tempo, sugere a centralidade de um saber geométrico útil e aplicado, articulado às demandas práticas do trabalho com terras, madeira e alvenaria na Inglaterra do século XVI. Estudos historiográficos mostram que, nesse período, houve um movimento gradual de valorização do conhecimento matemático, em que eruditos universitários e artesãos passaram a dialogar de modo mais estreito em torno de técnicas de mensuração e de instrumentos de medida. (Taylor, 1954; Harkness, 2007; Saito, 2014)

No caso específico de *Tectonicon*, Digges organiza o tratado em duas grandes partes: a primeira dedicada às regras de mensuração de áreas, volumes e outras grandezas ligadas à agrimensura; a segunda, à descrição, construção e uso de instrumentos como a régua de carpinteiro, o esquadro geométrico e, por fim, o báculo. É nessa última seção, o “*lyttletreatise*”, que o báculo é apresentado como *profitable staff*, um instrumento “proveitoso” justamente porque permite medir alturas inacessíveis e distâncias horizontais a partir de procedimentos relativamente simples, que podem ser

²Aqui usamos século XVI em referência a primeira edição de *Tectonicon* (1556) e a vida de Leonard Digges (1520-1559). Mas, para este estudo, utilizamos a edição de 1605.

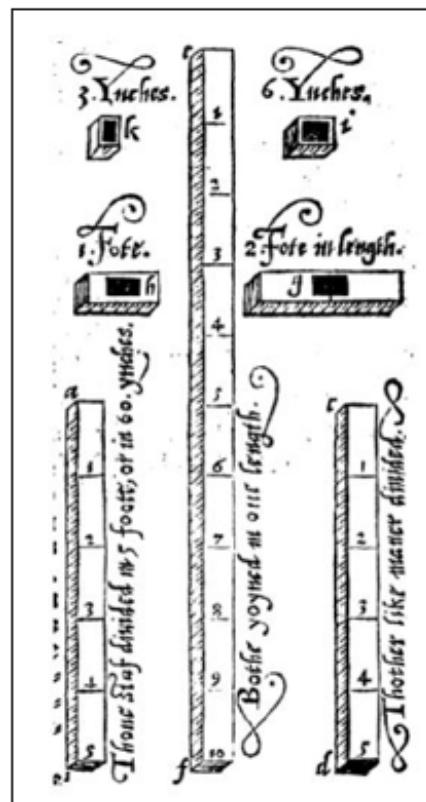
³Em inglês: “And in thende a lyttle treatise adioyned, openinge the composition and appliance of an instrument called the profitable stiffe. With other thinges pleasaunt and necessarye, most conduicible for surveyers, landemeaters, ioyners, carpenters, and masons.” (Digges, 1605, frontispício)



aprendidos e reproduzidos pelos praticantes.

Do ponto de vista geométrico, o Cross Staff descrito em *Tectonicum* é constituído por uma haste principal, que pode ter três ou cinco pés de comprimento, divididos em polegadas, sobre a qual deslizam cinco hastes menores transversais (Figura 1). Essas hastes menores, confeccionadas em madeira ou metal, são combinadas de modo a formar diferentes configurações de “vistas artificiais”, permitindo ao usuário alinhar visualmente as extremidades do báculo com o objeto cuja altura, largura ou distância deseja medir. A posição relativa dessas hastes determina um sistema de triângulos semelhantes que permite ao usuário relacionar medidas acessíveis (no bastão e no solo) a medidas inacessíveis (altura de torres, profundidade de valas, largura de rios, etc.). A análise detalhada do tratado mostra que, mesmo antes de sua utilização em campo, a própria construção do instrumento envolve conhecimentos de divisão de segmentos em partes iguais, de perpendicularidade e de marcação de escalas ao longo da haste principal, de modo que o báculo “não era um simples dispositivo de medição, pois sua fabricação exigia dividir segmentos em partes iguais, marcar escalas e estabelecer perpendicularidade”. (CASTILLO, 2016, p. 8)

Figura 1: Partes do Báculo



Fonte: Adaptado de Digges (1605, p. 2).

Além disso, o modo de usar o báculo implica mobilizar propriedades de semelhança de triângulos, relações entre comprimentos proporcionais, noção de alinhamento de pontos e projeções ortogonais. Na leitura de Castillo (2016), o báculo exige que o praticante saiba que uma reta é



determinada por dois pontos e que, ao alinhar visualmente o olho, a extremidade da haste e o topo do objeto observado, está constituindo um triângulo semelhante ao triângulo “desenhado” no próprio instrumento. Nessa perspectiva, o báculo aparece como um artefato que demanda e, ao mesmo tempo, dá suporte à coordenação de diferentes registros de representação (medidas numéricas, marcas na madeira, configurações geométricas e alinhamentos visuais).

A conclusão do trabalho de Castillo (2016) feita por Morais (2017) é bastante assertiva nesse sentido, ao afirmar que o báculo e os demais instrumentos de *Tectonicon* “são mais que simples ferramentas, são instrumentos que incorporam conhecimentos, mostram a relação entre o saber e o fazer de uma época” (Moraes, 2017, p. 34). Essa ideia desloca a compreensão de instrumento como mero suporte neutro, que apenas aplica teorias prontas, e o recoloca no centro do processo de construção do conhecimento matemático, em consonância com investigações historiográficas mais recentes sobre o papel epistemológico dos instrumentos científicos.

Na linha de pesquisa desenvolvida pelo grupo HEEMA, instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII, como o báculo, têm sido tomados como mediadores na interface entre história e ensino de matemática (Saito; Dias, 2013, Saito, 2014, 2016). O estudo desses artefatos permite discutir o processo histórico de construção de conhecimentos ligados à mensuração, às técnicas de cálculo e à geometria prática, articulando documentos de época, reconstrução material e atividades em sala de aula.

Pereira e Saito (2018) mostram que, no âmbito desse grupo, há um conjunto expressivo de pesquisas que exploram o báculo, o quadrante geométrico, o setor trigonal e outros dispositivos descritos em tratados como o *Tectonicon*, tanto do ponto de vista historiográfico quanto em propostas didáticas (Castillo, 2016; Moraes, 2017). Nessas investigações, o báculo é entendido como um artefato que entrelaça práticas artesanais, demandas técnicas e conhecimentos geométricos, constituindo um terreno fértil para discutir grandezas, medidas, semelhança de triângulos, relações de proporcionalidade e visualização geométrica com professores e estudantes.

É nesse cenário que situamos o báculo de Leonard Digges neste artigo. Ao retomá-lo como *cross staff* histórico, tal como descrito no “*lyttletreatise*” de *Tectonicon*, buscamos compreender que conhecimentos geométricos emergem quando professores de matemática, em exercício, são convidados a fabricar, graduar e utilizar o instrumento. Ao fazê-lo, aproximamos um artefato do século XVI das práticas contemporâneas de ensino de geometria, procurando explorar suas potencialidades na construção de uma interface entre história e ensino que permita aos docentes ressignificar tanto os conceitos geométricos mobilizados quanto o próprio lugar da matemática escolar na relação entre saber e fazer.

É a partir dessa compreensão do báculo que, na seção seguinte, apresentamos os fundamentos metodológicos do curso de formação continuada e, posteriormente, analisamos as concepções



geométricas que emergem da fabricação, da graduação e do uso do instrumento por professores de matemática em exercício.

4 OS FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS

A atividade formativa realizada, a qual forneceu os dados para este artigo é parte integrante de uma pesquisa de doutorado, ligada ao “Observatório da Rede Oficial de Ensino do Município de Fortaleza” que possui como objetivo desenvolver estudos que possam afetar positivamente as práticas docentes, os processos de ensino e de aprendizagem e as políticas de formação continuada para os profissionais da rede pública educacional de Fortaleza.

Nesse sentido, a partir de uma pesquisa com abordagem qualitativa, de caráter exploratório e empírico, interessada em compreender os sentidos que professores de matemática atribuem aos conhecimentos matemáticos, em especial geométricos, mobilizados na fabricação, graduação e uso do báculo de Leonard Digges (1520-1559) em um contexto de formação continuada, buscou-se produzir descrições das ações, argumentos e registros escritos dos participantes, privilegiando a compreensão de processos e significados em lugar de quantificações numéricas. (Minayo, 2002)

Como estratégia de investigação, adotou-se o estudo de caso, que “consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento, tarefa praticamente impossível mediante outros delineamentos já considerados” (Gil, 2002, p. 54). Nesse sentido, tomou-se como caso um curso de formação continuada, intitulado “Geometria e História: Instrumentos Históricos e o Ensino de Geometria”, vinculado a um projeto de extensão universitária, desenvolvido em uma escola da rede municipal de Fortaleza, Ceará e envolvendo um grupo de professores de matemática em exercício nos anos finais do Ensino Fundamental.

Todos os participantes foram convidados a integrar o curso de forma voluntária, tiveram suas identidades preservadas por meio do uso de pseudônimos e assinaram Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), em consonância com as diretrizes éticas para pesquisas com seres humanos.

O curso, com carga horária de 40 horas, sendo 20 horas presenciais (Quadro 1) e 20 horas assíncronas, foi organizado em módulos que articularam estudo historiográfico dos tratados de Leonard Digges (1520-1559), discussão sobre o ensino de geometria e atividades de reconstrução e uso de instrumentos matemáticos.



Quadro 1: Cronograma de aulas presenciais

Horas/aula	Data	Conteúdo – Plano de Aulas
4h/a	24/06/2025	Acolhida dos participantes; Apresentação do curso; Interface entre História e Ensino de Matemática; Assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE); Aplicação de um questionário; Familiarização com o contexto histórico por parte dos participantes; Familiarização com os tratados escritos por Leonard Digges;
4h/a	05/08/2025	Grandezas presentes nos tratados de Leonard Digges Definições matemáticas/geométricas Métodos de cálculos matemáticos contidos nos tratados;
4h/a	19/08/2025	Entendendo a fabricação do báculo; Confecção das peças que constituem o báculo; Explorando as peças e graduações que constituem o báculo; Montagem do báculo.
4h/a	03/09/2025	Retomando a aula anterior (Montagem do báculo); Saberes matemáticos incorporados na construção do báculo; Uso do báculo; Cálculo de altura/altitude com o uso do báculo;
4h/a	23/09/2025	Retomando a aula anterior (Cálculo de altura/altitude com o uso do báculo); Cálculo de comprimento/abrangência/amplitude de objetos ou entre objetos. Saberes matemáticos incorporados na construção do báculo.

Fonte: Elaborado pelos autores

Este artigo toma como recorte analítico o Módulo 3 (Quadro 2) – “Fabricação do báculo de Leonard Digges” – no qual os professores foram convidados a fabricar, graduar e montar o báculo a partir de excertos de *A Boke Named Tectonicon*, edição de 1605, mediado por cartões de recurso elaborados especificamente para o curso.



Quadro 2: Descrição do módulo 3

CONTEÚDOS	OBJETIVOS	CH
<p>MÓDULO 3: Fabricação e montagem do bastão proveitoso (báculo) descrita no pequeno tratado contido no final do tratado A BOKE NAMED TECTONICON (1605):</p> <p>1.5 Entendendo a fabricação do báculo; 2.5 Confecção das peças que constituem o báculo; 3.5 Explorando as peças e graduações que constituem o báculo; 4.5 Montagem do báculo; 5.5 Saberes matemáticos incorporados na construção do báculo;</p>	<p>Para o discente</p> <ul style="list-style-type: none"> • Compreender a construção do báculo a partir das orientações contidas no tratado; • Confeccionar as peças que constituem o báculo; • Compreender as graduações de cada uma das oito peças que constituem o báculo; • Montar o báculo; • Identificar os saberes matemáticos incorporados na construção do báculo. <p>Para o docente:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Orientar os discentes na construção do báculo; • Auxiliar os discentes na confecção das peças do báculo; • Avaliar a montagem do báculo por cada grupo • Propor atividades referentes às graduações de cada peça do báculo, identificando proporção que existe entre as peças. • Auxiliar os cursistas no processo de compreensão dos conceitos matemáticos emergentes na construção do báculo 	12h

Fonte: Elaborado pelos autores

O Módulo 3 foi organizado em quatro tarefas (6, 7, 8 e 9) e uma tarefa de síntese (10). Na Tarefa 6, *Conhecendo o báculo*, os professores leram excertos do tratado de Digges e, a partir do Cartão de Recurso 6, identificaram partes, materiais, dimensões gerais do instrumento, os ofícios a que se destinava e conceitos geométricos associados. Na Tarefa 7, *Confecção das peças do báculo*, trabalharam com medidas em pés e polegadas, escolheram uma escala, converteram-nas para centímetros e desenharam as peças em cartolina (Figura 2), mobilizando noções de escala, proporcionalidade, mudança de unidades e conservação de formas.



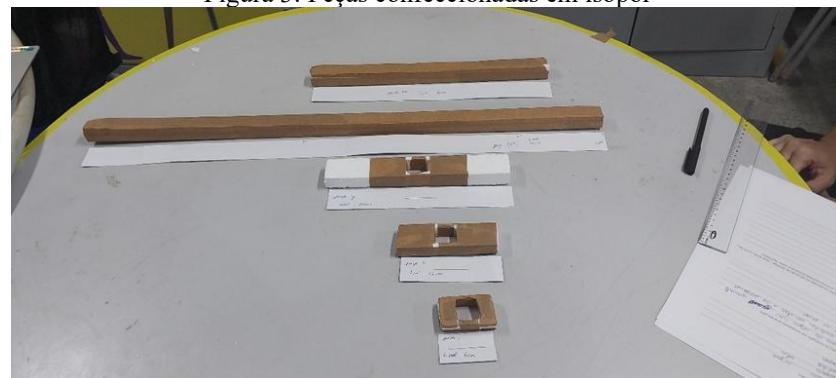
Figura 2: Confecção das peças em cartolina



Fonte: Elaborado pelos próprios autores

Na Tarefa 8, *Explorando as peças e graduações do báculo*, aprofundaram o uso de unidades e frações ao graduar a haste principal e as hastes transversais, discutindo subdivisão de segmentos e representação de frações em réguas graduadas. Por fim, na Tarefa 9, *Montagem e configurações do báculo*, montaram o instrumento, experimentaram diferentes configurações das hastes e analisaram o papel de cada peça na determinação de alturas, comprimentos e larguras, enfatizando alinhamento, perpendicularidade, proporcionalidade e semelhança de triângulos.

Figura 3: Peças confeccionadas em isopor



Fonte: Elaborado pelos próprios autores

A Tarefa 10 – *Saberes matemáticos e planejamento didático* – constituiu o momento de síntese do módulo e o principal corpus de análise deste artigo. Nessa atividade, os professores foram convidados a retomar as fichas das Tarefas 6, 7, 8 e 9 e a ler o Cartão de Recurso 10, que explicita, a partir de enxertos do tratado, que ele se ocupa da **medição exata e cálculo rápido de terras, madeira,**



pedra, estepes, pilares, globos; uso da régua, do quadrante, do esquadro e do báculo; números, frações e tabelas.

A partir dessa retomada, os grupos preencheram uma tabela (Quadro3) indicando, para cada tarefa, que tipos de raciocínios, procedimentos, relações ou ideias matemáticas apareceram e, em seguida, planejaram possibilidades de exploração desses saberes em atividades de ensino nos anos finais do Ensino Fundamental, articulando-as com habilidades da BNCC (2018) e com o Documento Curricular Referencial de Fortaleza DCRFor (2024).

Quadro 3 - Saberes matemáticos mobilizados nas etapas de construção, graduação e utilização do báculo

MOMENTO	CONCEITO MATEMÁTICO	AÇÃO REALIZADA	HABILIDADE
Construção física			
Graduação das escalas			
Utilização			

Fonte: Ficha de tarefa 10 (Elaborado pelos autores)

No que diz respeito à produção de dados, foram considerados os registros escritos dos professores nas fichas de atividade das Tarefas 6, 7, 8, 9 e, sobretudo a 10, os áudios e vídeos de discussões em pequenos grupos e das socializações entre os grupos e anotações de campo realizadas pelo pesquisador ao longo dos encontros. Além disso, questionários aplicados no início e ao final do curso forneceram informações sobre a trajetória profissional dos participantes e suas experiências com o ensino de geometria, funcionando como material complementar para interpretar as concepções que emergiram nas tarefas.

O desenho das tarefas e a ênfase no trabalho coletivo em torno do báculo dialogam com a Teoria da Objetivação, que concebe a aprendizagem como um processo histórico-cultural e coletivo de produção de saberes e subjetividades em atividades partilhadas (Radford, 2021). Embora este artigo não desenvolva uma análise semiótica, detalhada nos termos da teoria, a concepção de *labor conjunto* orientou a organização do módulo e o modo como se olharam para as interações dos professores com o instrumento, entendendo a fabricação, graduação e uso do báculo como oportunidades para que



conhecimentos geométricos se tornassem objeto de reflexão consciente, tanto no plano da prática quanto no da formação conceitual.

5 CONCEPÇÕES MATEMÁTICAS A PARTIR DA TAREFA 10

A Tarefa 10 – *Saberes matemáticos e planejamento didático* – convidou os professores a retomar o percurso de fabricação e graduação do báculo (Tarefas 6, 7, 8 e 9) e a explicitar, em forma de tabela, que conhecimentos matemáticos consideravam mobilizados em cada etapa. Ao comentar a própria ficha, o formador chama a atenção para esse movimento de olhar para trás e nomear saberes:

A Tarefa 10 está mais ligada aos conceitos matemáticos que vocês mobilizaram em cada etapa da construção: no desenho, na cartolina, no corte que vocês escolheram — podia ser retangular, quadrado, podia ter sido cilíndrico, mas aqui a gente ficou com o retangular. [...] Então, aqui, é mais sobre esses conceitos. Em algum momento eu levo isso diretamente para a geometria, mas primeiro eu quero listar alguns saberes que vocês podem ter usado: sistema de medidas, razões, proporções, talvez progressões geométricas etc. (Formador)

Nesse contexto, as respostas e as discussões em torno da Tarefa 10 permitiram organizar as concepções matemáticas dos participantes em alguns eixos, apresentados a seguir.

5.1 UNIDADE, SUBUNIDADE E SUBDIVISÃO DE SEGMENTOS

Um primeiro eixo diz respeito à compreensão de unidade, subunidade e subdivisão de segmentos na graduação da haste principal. Ao discutirem a ficha da Tarefa 10, os professores retomam a escolha da unidade maior (o pé) e a divisão em partes menores (polegadas), relacionando explicitamente o tratado de Digges com a escala adotada no protótipo:

O objetivo é marcar as unidades na nossa haste. [...] A pergunta é: qual é a unidade maior utilizada no tratado na haste principal? Que é a EF, né? [...] No tratado, é um cabo, um traçado de doze polegadas. Lá, a unidade é o pé. E vocês estão convertendo pra centímetros, né? (Formador)

A nossa unidade é um pé, que no desenho a gente tomou como doze centímetros. E esse pé, no tratado, é dividido em doze polegadas. (Prof. A)

A partir dessa referência, o grupo passa a discutir o porquê da divisão em doze partes e não em dez, relacionando o número de subdivisões com a facilidade de cálculo e com a organização das frações:

Se fosse, por exemplo, dez, a próxima subdivisão era cinco, depois dois e meio. Quando você fala de doze, a próxima é seis, depois três, depois um e meio. (Prof. B)

Pra facilitar, pra ficar mais prático mesmo. Se ele tivesse escolhido outro número de partes, talvez não fizesse tanto sentido, porque ia ficar fazendo mais cálculos pra cada medida. (Prof. A)



Nessas falas, a Tarefa 10 funciona como espaço de objetivação de ideias que apareceram de forma mais implícita na Tarefa 8: os professores passam a explicitar que a escolha da unidade maior e de suas subdivisões não é neutra, mas se relaciona com o modo como se organizam as frações e as operações de metade, terça parte etc. Ao comentar que “dez” e “doze” geram cadeias distintas de subdivisões (5–2,5 versus 6–3–1,5), os participantes produzem, em conjunto, uma compreensão conceitual mais refinada da relação parte–todo, ainda que não a nomeiem formalmente nesses termos.

5.2 ESCALA, COMPOSIÇÃO DA HASTE PRINCIPAL E PROPORCIONALIDADE

Outro conjunto de concepções que emerge na Tarefa 10, refere-se à escala e à articulação entre as peças da haste principal. Ao revisitar as medidas em pés e polegadas e a montagem das partes que compõem *ef*, os professores explicitam como pensaram a composição da haste em segmentos de dois pés e um pé: “Essa aqui é a haste de seis pés. [...] São duas de dois pés e uma de um pé, né? Isso.” (Prof. A).

Mais adiante, ao discutirem as configurações possíveis do instrumento, os participantes articulam essa composição com o uso da escala e com a adaptação do báculo ao tamanho e à posição do objeto observado:

Eu acho que uma [haste] maior. Eu também acho que maior. [...] Porque ela precisa se alinhar com o tamanho do objeto. (Prof. B)

As hastes transversais têm funções diferentes; as adaptações das hastes são diferentes. Elas se adaptam ao tamanho do objeto. Você pode ter esse método mais prático, se deslocando para trás; mas, se a pessoa não puder se deslocar, ela troca a haste. Aí ela escolhe a que permite enquadrar melhor o objeto. (Prof. A)

Nesses trechos, a reflexão proposta pela Tarefa 10 leva os professores a relacionar a noção de escala – trabalhada inicialmente na Tarefa 7 – com a ideia de semelhança de triângulos em situação de uso do instrumento. A escolha de uma haste “maior” ou “menor” não é apresentada apenas como uma questão prática, mas como decisão que afeta o enquadramento visual do objeto e, portanto, a configuração do triângulo construído entre o olho, o báculo e o alvo. A proporcionalidade aparece, assim, como um saber que articula a dimensão material do instrumento (comprimento das peças) com a dimensão geométrica da situação (configuração dos triângulos).

5.3 PERPENDICULARIDADE, ALINHAMENTO E DECISÃO ARTESANAL

A Tarefa 10 também evidencia concepções relativas à perpendicularidade e ao alinhamento, especialmente quando os professores são convidados a descrever “que decisões de montagem asseguram as proporções no uso do báculo”. Ao revisitarem a construção do protótipo, surgem comentários sobre folga, encaixe e centralidade do furo:



O furo, a folga. Eu acho que o furinho que a gente fez acaba ajudando a peça a ficar bem encaixada. [...] Por mais que eu não seja artesão, eu acho que o pensamento foi nesse sentido: pra você não ter que ficar segurando a peça aqui dentro, mas deixar que ela encaixe direitinho. (Prof. A)

É, e ao mesmo tempo se preocupar em deixar tudo perpendicular. [...] A gente tentou centralizar, marcou um quadradinho bem justo, fez o furo no meio e isso acabou puxando a haste para o centro. (Prof. B)

Aqui, a discussão desloca a perpendicularidade de um lugar puramente abstrato (definição de ângulo reto) para um problema concreto de fabricação: como garantir, na prática, que a haste transversal forme um ângulo de 90° com a haste principal e que o orifício não fique “torto”? Ao mencionarem o “furinho”, o “quadradinho bem justo” e o “furo no meio”, os professores articulam um saber geométrico (perpendicularidade, centralidade) com um saber-fazer artesanal, aproximando-se da ideia, discutida na literatura, de que instrumentos como o báculo condensam práticas de medição, técnicas de construção e conceitos geométricos em um mesmo artefato.

5.4 SABERES MOBILIZADOS E PLANEJAMENTO DIDÁTICO

Por fim, a Tarefa 10 funciona como ponte entre a sistematização dos saberes geométricos e o planejamento de situações de ensino. Ao comentar o quadro, que organiza “saberes por etapa da construção”, os professores explicitam alguns dos conteúdos que reconhecem ter mobilizado:

Gente, aqui fala de saberes matemáticos por etapa da construção: por exemplo, sistema de medidas, razão e proporção, progressão geométrica, perpendicularidade, paralelismo, ângulos retos, congruência, semelhança, escala... É isso que o quadro está sugerindo. E aí vem a etapa da construção em si. A primeira etapa foi o desenho na cartolina, né? (Prof. A)

Proporção, comparação de escala, né? A questão do paralelismo. Também paralelismo”. (Prof. B)

Ao mesmo tempo, surgem considerações sobre a viabilidade de levar a construção do báculo para a sala de aula da educação básica e sobre o lugar desse tipo de atividade na formação docente:

Eu levaria o báculo já pronto, para usar. Para fazer do jeito que a gente fez aqui, eles talvez não dessem conta. Então eu levaria pronto, para a utilização. Acho que a construção em si seria mais para uma formação mais longa de professores, até porque a nossa própria formação não contempla isso tão bem. (Prof. A)

Essas falas mostram que, na síntese da Tarefa 10, a objetivação dos saberes geométricos não se limita a uma listagem de conteúdos, mas se articula a processos de subjetivação: ao discutirem o que fariam (ou não) com seus alunos, os professores elaboram modos de ser e agir como docentes de matemática que lidam com instrumentos históricos, com atividades de longa duração e com as exigências dos documentos curriculares. Em termos da Teoria da Objetivação, o *labor conjunto* em torno do báculo – agora refletido na Tarefa 10 – se apresenta como um espaço em que se entrelaçam,



historicamente, saberes matemáticos, práticas de ensino e formas de se reconhecer como professor de matemática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve como objetivo discutir que conhecimentos geométricos emergem quando professores de matemática, em exercício em uma escola da rede municipal de Fortaleza, são convidados a fabricar, graduar e usar o báculo de Leonard Digges em um curso de formação continuada. Ao retomar um instrumento descrito em um tratado do século XVI e trazê-lo para o contexto da escola pública, busca-se aproximar a história da matemática do trabalho cotidiano do professor e do ensino de geometria.

A análise do Módulo 3 do curso, especialmente da Tarefa 10, mostrou que a construção e a montagem do báculo ajudaram os participantes a identificar e discutir sobre ideias como unidade e subunidade de medida, subdivisão de segmentos, uso de escala, proporcionalidade, alinhamento, perpendicularidade e semelhança de triângulos. Em vez de aparecerem apenas em exercícios prontos, esses conteúdos surgiram ligados ao manuseio do instrumento, às escolhas feitas na confecção das peças e às discussões em grupo sobre “como fazer para o báculo funcionar”.

Os resultados indicam que trabalhar com instrumentos históricos, como o báculo, pode ser uma forma interessante de retomar conteúdos de geometria muitas vezes vistos de maneira mecânica, abrindo espaço para que os professores reflitam sobre o próprio modo de ensinar. Ao mesmo tempo, as falas dos participantes lembram que atividades desse tipo exigem tempo, condições materiais e apoio da escola, o que nem sempre está garantido no dia a dia das turmas regulares.

Aponta-se como possibilidade de trabalhos futuros: investigar como propostas inspiradas neste curso podem ser adaptadas para turmas dos anos finais do Ensino Fundamental, com atividades mais curtas e materiais mais simples; desenvolver pesquisas que usem outros instrumentos históricos, descritos em outros tratados, comparando os conhecimentos geométricos que emergem em cada caso; e acompanhar, dentro de um processo de formação continuada, se e como experiências com o báculo influenciam o planejamento de aulas de geometria e a como os professores abordam conceitos geométricos em sua prática cotidiana.



REFERÊNCIAS

- BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 164-185.
- BARROS, R.C. P.; PAVANELLO, R.M. Relações entre figuras geométricas planas e espaciais no ensino fundamental: o que diz a BNCC? **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 15, n. 1, p. 11-19, 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília: MEC, 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018
- CASTILLO, Ana Rebeca Miranda. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Booke Named Tectonicon de Leonard Digges**. 2016. 121 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.
- DIGGES, Leonard. **A booke named Tectonicon**. London: John Daye, 1556.
- DIGGES, Leonard. **A booke named Tectonicon**. London: Felix Kyngston, 1605.
- FORTALEZA (CE). Secretaria Municipal da Educação. *Matemática: volume 4*. Organização: Robson Montegomeri Ribeiro Lustosa et al. Coordenação: Marlucia Delfino Amaral; Mirna França da Silva Araújo. Rio de Janeiro: Fundação Getulio Vargas, 2024. (Documento Curricular Referencial de Fortaleza: incluir, educar e transformar – DCRFor; v. 4).
- GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- HARKNESS, Deborah E. **The Jewel House: Elizabethan London and the Scientific Revolution**. New Haven: Yale University Press, 2007.
- MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001
- MORAES, Michele de Souza. **Setor trigonal: contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática**. 2017. 113 f. Dissertação (Mestrado em Docência para a Educação Básica) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2017.
- PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre História e Ensino de Matemática. **Revista COCAR**, Belém, v. 13, n. 25, p. 342-372, Jan./Abr. 2019.
- PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 5, n. 14, p. 109-122, 2018.
- RADFORD, Luis. **La teoría de la objetivación: una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. Bogotá: Universidad de los Andes, 2021.
- SAITO, Fumikazu. “História e ensino de matemática: construindo interfaces.” **REMATEC**, Natal, v. 12, p. 66-85, 2013.



SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SAITO, Fumikazu. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **REMATEC**, Natal, v. 9, n. 16, p. 25-47, 2014.

SAITO, Fumikazu. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 3-19, 2016.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, fev, 1986.

TAYLOR, Eva Germaine Rimington. **The Mathematical Practitioners of Tudor & Stuart England**. Cambridge: Cambridge University Press; Institute of Navigation, 1954.

YIN, Robert K. **Estudo de casos: planejamento e métodos**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

