

**VOLATILIDADE INTRADIÁRIA DE UM ÍNDICE ACIONÁRIO: PERSISTÊNCIA  
CONDICIONAL E DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL DA VARIÂNCIA POR  
ESCALAS TEMPORAIS****INTRADAY VOLATILITY OF A STOCK INDEX: CONDITIONAL PERSISTENCE  
AND SPECTRAL DECOMPOSITION OF VARIANCE BY TIME SCALES****VOLATILIDAD INTRADÍA DE UN ÍNDICE BURSÁTIL: PERSISTENCIA  
CONDICIONAL Y DESCOMPOSICIÓN ESPECTRAL DE LA VARIANZA POR  
ESCALAS DE TIEMPO**

10.56238/revgeov17n2-018

**Carlos Alberto Orge Pinheiro**Doutor em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial  
Instituição: Universidade do Estado da Bahia (UNEB)E-mail: [capinheiro@uneb.br](mailto:capinheiro@uneb.br)Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0257392772572219>**RESUMO**

Este estudo investiga regularidades da volatilidade intradiária e sua distribuição por escalas temporais, combinando modelagem condicional da variância e decomposição no domínio da frequência. Utiliza-se uma série intradiária em frequência de 1 minuto, coletada entre 03 de novembro e 12 de dezembro de 2025, padronizada ao pregão regular (10h–18h), totalizando 24 pregões com 481 observações por dia após verificação temporal e remoção de duplicidades. Os retornos são calculados como diferenças logarítmicas por minuto. Na etapa econométrica, estimam-se modelos econométricos indicando alta persistência e ajuste informacional ligeiramente superior, porém sem evidência estatística de assimetria por sinal. Em contrapartida, observa-se resposta estatisticamente significativa à magnitude dos choques e persistência elevada na dinâmica da volatilidade. Diagnósticos em resíduos padronizados não indicam autocorrelação remanescente na série padronizada, mas sugerem heterocedasticidade residual em horizontes intradiários de 20–60 min. Na etapa espectral, estima-se, por pregão, a distribuição da variância intradiária no domínio da frequência por periodograma suavizado, após controle de padrão intradiário e mitigação de observações extremas; em seguida, calcula-se a potência relativa por faixas de periodicidade (2–8, 8–16, 16–32, 32–64 e 64–128 min), com normalização diária. Os resultados indicam predominância sistemática de componentes rápidas (2–8 min), com contribuições secundárias e variáveis nas escalas intermediárias (8–32 min) e participação ocasionalmente mais elevada das escalas lentas (>32 min). Conclui-se que, no recorte analisado, o risco intradiário concentra-se principalmente em flutuações rápidas, enquanto a modelagem condicional aponta alta persistência e resposta à magnitude dos choques, sem assimetria por sinal.

**Palavras-chave:** Volatilidade Intradiária. GARCH. EGARCH. Decomposição Espectral. Escalas Temporais. Dados em Alta Frequência. Persistência da Volatilidade.



**ABSTRACT**

This study investigates intraday volatility regularities and their distribution across temporal scales by combining conditional variance modeling with frequency-domain decomposition. A one-minute intraday time series is employed, collected between November 3 and December 12, 2025, standardized to the regular trading session (10:00–18:00), totaling 24 trading days with 481 observations per day after time validation and duplicate removal. Returns are computed as one-minute logarithmic differences. In the econometric stage, estimated models indicate high persistence and slightly superior informational adjustment, with no statistical evidence of sign-based asymmetry. In contrast, a statistically significant response to shock magnitude and elevated persistence in volatility dynamics are observed. Diagnostics on standardized residuals show no remaining autocorrelation in the standardized series, but suggest residual heteroskedasticity at intraday horizons of 20–60 minutes. In the spectral stage, the intraday variance distribution is estimated for each trading day in the frequency domain using a smoothed periodogram, after controlling for intraday patterns and mitigating extreme observations. Subsequently, relative power is computed for predefined periodicity bands (2–8, 8–16, 16–32, 32–64, and 64–128 minutes), with daily normalization. Results indicate a systematic predominance of fast components (2–8 minutes), with secondary and variable contributions at intermediate scales (8–32 minutes) and occasionally higher participation of slow scales (above 32 minutes). The findings suggest that, within the analyzed window, intraday risk is primarily concentrated in rapid fluctuations, while conditional modeling points to high persistence and responsiveness to shock magnitude, without sign asymmetry.

**Keywords:** Intraday Volatility. GARCH. EGARCH. Spectral Decomposition. Temporal Scales. High-Frequency Data. Volatility Persistence.

**RESUMEN**

Este estudio investiga las regularidades de la volatilidad intradiaria y su distribución a través de escalas temporales, combinando modelización condicional de la varianza y descomposición en el dominio de la frecuencia. Se utiliza una serie intradiaria con frecuencia de un minuto, recopilada entre el 3 de noviembre y el 12 de diciembre de 2025, estandarizada al horario regular de negociación (10:00–18:00), totalizando 24 sesiones con 481 observaciones por día tras la validación temporal y la eliminación de duplicidades. Los rendimientos se calculan como diferencias logarítmicas por minuto. En la etapa econométrica, los modelos estimados indican alta persistencia y un ajuste informacional ligeramente superior, sin evidencia estadística de asimetría por signo. En contraste, se observa una respuesta estadísticamente significativa a la magnitud de los choques y una elevada persistencia en la dinámica de la volatilidad. Los diagnósticos de los residuos estandarizados no muestran autocorrelación remanente en la serie estandarizada, pero sugieren heterocedasticidad residual en horizontes intradiarios de 20–60 minutos. En la etapa espectral, se estima por sesión la distribución de la varianza intradiaria en el dominio de la frecuencia mediante un periodograma suavizado, tras controlar el patrón intradiario y mitigar observaciones extremas. Posteriormente, se calcula la potencia relativa por bandas de periodicidad (2–8, 8–16, 16–32, 32–64 y 64–128 minutos), con normalización diaria. Los resultados indican una predominancia sistemática de componentes rápidas (2–8 minutos), con contribuciones secundarias y variables en escalas intermedias (8–32 minutos) y una participación ocasionalmente mayor de escalas lentas (superiores a 32 minutos). Se concluye que, en el período analizado, el riesgo intradiario se concentra principalmente en fluctuaciones rápidas, mientras que la modelización condicional señala alta persistencia y respuesta a la magnitud de los choques, sin asimetría por signo.



**Palabras clave:** Volatilidad Intradía. GARCH. EGARCH. Descomposición Espectral. Escalas Temporales. Datos de Alta Frecuencia. Persistencia de la Volatilidad.



## 1 INTRODUÇÃO

A mensuração e a interpretação do risco em mercados acionários permanecem centrais para gestão de risco, sobretudo porque a volatilidade de retornos é tempo-variável e exhibe agrupamento (*volatility clustering*). A classe de modelos econométricos *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity/Generalized – ARCH* consolidou-se como referência ao formalizar a variância condicional como função de choques e variâncias passadas (ENGLE, 1982; BOLLERSLEV, 1986).

Em paralelo, a literatura documenta que a volatilidade pode responder de forma distinta a choques negativos e positivos, fenômeno associado ao efeito alavancagem (BLACK, 1976; CHRISTIE, 1982) e incorporado em modelos assimétricos como o *EGARCH* (NELSON, 1991).

Apesar do uso predominante do domínio do tempo, há uma lacuna interpretativa relevante: modelos econométricos *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity – GARCH* e suas extensões descrevem como a volatilidade evolui e reage a choques, mas não qualificam, de maneira direta, em quais escalas temporais a variância se concentra. A análise espectral, ao estimar a Densidade Espectral de Potência – DEP, isto é, a distribuição de potência/variância ao longo das frequências, oferece essa decomposição (GRANGER; WATSON, 1984; STOICA; MOSES, 2004).

Embora existam aplicações de técnicas espectrais em finanças para decompor volatilidade e correlação por horizonte/frequência (CHAUDHURI; LO, 2015) e pesquisas que sistematizam o instrumental para dados em alta frequência (ZHANG, 2016), permanecem incipientes os diagnósticos integrados das regularidades da volatilidade intradiária que combinem, de um lado, regime de assimetria por sinal (alavancagem, alavancagem invertida ou ausência de evidência estatística de assimetria) e, de outro, persistência (decaimento lento do efeito de choques), dimensões cuja interpretação pode se beneficiar de uma decomposição espectral da variância do risco intradiário por bandas de periodicidade. Nessa pesquisa dados em alta frequência são observações coletadas em intervalos intradiários (minutos) para capturar a volatilidade, embora outras unidades, a exemplo dos segundos, possam ser usadas em pesquisas.

A discussão recente em econometria financeira espectral reforça que a dimensão de frequência é promissora, mas ainda demanda aplicações empíricas que conectem explicitamente efeitos de horizonte a interpretações econômicas e fatos estilizados (BANDI; TAMONI, 2022).

Nesse cenário, justifica-se metodologicamente o emprego da DEP para construir medidas de potência por banda e, com isso, investigar se o risco intradiário total (no sentido de  $r_t^2$ ) se concentra em componentes associadas a menores periodicidades (maiores frequências) ou se apresenta contribuição relevante de componentes associadas a maiores periodicidades (menores frequências), enquanto a assimetria por sinal e a persistência são avaliadas no domínio do tempo por modelos econométricos. A motivação ganha força adicional ao observar que, na literatura de eletroencefalograma – EEG, a síntese por bandas é prática consolidada para resumir conteúdo em



frequência (KANE et al., 2017). Nesta pesquisa, entretanto, as bandas são empregadas como taxonomia descritiva de faixas de periodicidade, sem qualquer equivalência fisiológica: tratam-se de rótulos operacionais definidos *a priori* para organizar a decomposição espectral.

Logo, diante do exposto, esta pesquisa tem como objetivo identificar qual regime de assimetria por sinal e de persistência é suportado estatisticamente no período investigado e descrever a decomposição espectral, por bandas de periodicidade, da variância do *proxy* de risco intradiário  $v_t = r_t^2$ , distinguindo a contribuição relativa de bandas de periodicidade pré-definidas. Em termos operacionais, a proposta se ancora em medidas de potência por banda estimadas via DEP e em critérios de interpretação que consideram limitações de microestrutura em escalas intradiárias de minutos, nas quais fricções de negociação podem influenciar medidas baseadas em retornos de alta granularidade (ROLL, 1984).

Ao organizar o risco intradiário por bandas temporais, o estudo oferece (i) um enquadramento para discutir a sensibilidade de métricas e leituras operacionais em horizontes de minutos a flutuações rápidas e a fricções de negociação, aspecto pertinente a aplicações intradiárias; e (ii) um critério descritivo para caracterizar pregões segundo a forma temporal de realização da variância no recorte analisado (2–128 min), distinguindo dias em que a potência se concentra relativamente em bandas de periodicidade pré-definidas. Esse enquadramento favorece uma leitura operacional do risco por horizonte, sem pretensão de inferência causal ou de previsão direcional.

Quanto à organização, o artigo segue estrutura: além desta introdução, apresenta-se na seção seguinte o referencial teórico; em seguida, metodologia e materiais/métodos (dados, estimação da DEP — incluindo periodograma suavizado e parâmetros de suavização, definição de bandas e métricas); depois, resultados e discussões; e, por fim, considerações finais.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

A volatilidade de retornos financeiros é tipicamente tempo-variável e exhibe agrupamento de volatilidade, caracterizando heterocedasticidade condicional. A classe de modelos *ARCH/GARCH* formaliza esse comportamento ao modelar a variância condicional como função de choques e variâncias passadas (ENGLE, 1982; BOLLERSLEV, 1986).

Em pesquisas financeiras, é comum modelar o retorno  $r_t$  por uma equação de média e uma equação de volatilidade. Em uma forma básica, assume-se  $r_t = \mu + \varepsilon_t$ , com  $\varepsilon_t = \sigma_t z_t$ , em que  $\sigma_t^2$  representa a variância condicional e  $z_t$  é uma padronização (média zero e variância unitária), cuja distribuição pode ser especificada de modo a acomodar caudas pesadas observadas empiricamente em retornos financeiros (ENGLE, 1982; BOLLERSLEV, 1986).

No modelo *GARCH*(1,1), em que o primeiro 1 representa uma defasagem do erro quadrado e o segundo 1 representa uma defasagem da variância, a dinâmica da volatilidade é dada por:



$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1^{(G)} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1^{(G)} \sigma_{t-1}^2 \quad (1)$$

onde :

$\omega > 0$  é o nível de longo prazo da variância,  $\alpha_1^{(G)}$  mede a reação imediata da volatilidade a choques recentes (componente ARCH, via  $\varepsilon_{t-1}^2$ ) e  $\beta_1^{(G)}$  mede a persistência (componente GARCH, via  $\sigma_{t-1}^2$ ). Usualmente, impõem-se  $\alpha_1^{(G)} \geq 0$  e  $\beta_1^{(G)} \geq 0$  para assegurar  $\sigma_t^2 \geq 0$ . Para estacionariedade em segunda ordem (variância incondicional finita), requer-se  $\alpha_1^{(G)} + \beta_1^{(G)} < 1$ , caso em que:

$$E(\sigma_t^2) = \frac{\omega}{1 - \alpha_1^{(G)} - \beta_1^{(G)}} \quad (2)$$

a soma  $\alpha_1^{(G)} + \beta_1^{(G)}$  é frequentemente utilizada como indicador sintético de persistência. Quanto maior esse valor, mais lentamente choques na volatilidade se dissipam ao longo do tempo (ENGLE, 1982; BOLLERSLEV, 1986).

A extensão *Exponential GARCH* – *EGARCH* modela o logaritmo da variância condicional, assegurando positividade por construção e permitindo respostas distintas da volatilidade a choques de sinais diferentes (NELSON, 1991). Na parametrização, conforme o pacote *rugarch* do software R (CRAN, 2025), a equação de volatilidade é representada por:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha_1^{(E)} z_{t-1} + \gamma_1^{(E)} (|z_{t-1}| - E|z|) + \beta_1^{(E)} \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (3)$$

em que:

$z_t = \varepsilon_t / \sigma_t$ . Nessa forma,  $\alpha_1^{(E)}$  captura o efeito de sinal (assimetria por sinal) e  $\gamma_1^{(E)}$  captura o efeito de magnitude (tamanho) do choque padronizado. Assim,  $\alpha_1^{(E)} < 0$  é compatível com efeito alavancagem (choques negativos elevam mais a volatilidade),  $\alpha_1^{(E)} > 0$  com alavancagem invertida, e  $\alpha_1^{(E)} = 0$  (ausência de significância estatística) com ausência de evidência de assimetria por sinal. A persistência no *EGARCH* é sumarizada pelo componente autorregressivo no logaritmo da variância, isto é, por  $\beta_1^{(E)}$  (em ordens superiores, por  $\sum \beta_j^{(E)}$ ) (NELSON, 1991).

Para lidar com a curtose e caudas pesadas frequentemente observadas em retornos financeiros, é comum especificar distribuições não gaussianas para  $z_t$ , como *t-Student*. Ao adotar *t-Student* padronizada para  $z_t$ , conforme opção de distribuição do pacote *rugarch* (parâmetro associado aos graus de liberdade), mantém-se a estrutura de média e volatilidade descritas (NELSON, 1991).



No campo da assimetria, a literatura clássica descreve que choques negativos tendem a elevar mais a volatilidade do que choques positivos de mesma magnitude, fenômeno associado ao efeito alavancagem (BLACK, 1976; CHRISTIE, 1982). Em modelos assimétricos, como o *EGARCH*, essa ideia é operacionalizada por termos que permitem resposta distinta a boas e más notícias na variância condicional (NELSON, 1991).

A interpretação causal do efeito alavancagem, contudo, é debatida por Figlewski e Wang (2000) que argumentam que parte do fenômeno se comporta como *down market effect* (volatilidade mais alta em mercados em queda), sem exigir uma explicação estrita via estrutura de capital. Evidências aplicadas ao Brasil também discutem assimetria em medidas de volatilidade implícita ao comparar a reação a retornos negativos *versus* positivos (MARTINS; BORTOLON; MAIA, 2021).

A literatura recente também registra situações em que se observa assimetria com sinal oposto ao padrão clássico (frequentemente chamado de efeito alavancagem invertido), em recortes temporais e ativos específicos (PAN et al., 2023).

Em paralelo às assimetrias, a literatura documenta alta persistência da volatilidade. No *GARCH(1,1)*, isso é frequentemente associado a  $\alpha + \beta$  próximo de 1, implicando dissipação lenta de choques (FRIMPONG; OTENG-ABAYIE, 2006). Achados empíricos em diferentes aplicações reiteram a presença de decadência gradual e dependência de longo alcance, ainda que a magnitude dependa de janela amostral, especificação e quebras estruturais (ASEMOTA; EKEJIUBA, 2017). Em períodos de crise, há evidências de alterações na sensibilidade a choques e na persistência estimada (NÉO et al., 2025).

Por fim, ausência de evidência estatística de assimetria também aparece em aplicações empíricas, sugerindo que a presença/ausência do efeito é sensível ao ativo financeiro, ao período e à métrica de risco, sem que isso invalide a utilidade do modelo para descrever persistência e *clustering* (ASEMOTA; EKEJIUBA, 2017; ABDULAZIZ et al., 2024).

Quando modelos econométricos são comparados (por exemplo, *GARCH versus EGARCH*), usam-se critérios de informação que penalizam a complexidade do modelo para comparar especificações concorrentes estimadas por máxima verossimilhança. O *Akaike Information Criterion* – AIC é definido por:

$$AIC = -2\ln(\hat{L}) + 2k \quad (4)$$

e o *Bayesian Information Criterion* – BIC por:

$$BIC = -2\ln(\hat{L}) + k\ln(n) \quad (5)$$





em que:

$\hat{L}$  é a verossimilhança maximizada,  $k$  é o número de parâmetros e  $n$  é o tamanho amostral. Valores menores para AIC e BIC indicam melhor compromisso entre ajuste e parcimônia, apenas em comparação relativa entre modelos estimados no mesmo conjunto de dados (AKAIKE, 1974; SCHWARZ, 1978).

Como diagnóstico pós-estimação dos modelos, aplicam-se testes *Ljung–Box* aos resíduos padronizados  $z_t$  para avaliar autocorrelação remanescente e a  $z_t^2$  para avaliar dependência na variância / autocorrelação em  $z_t^2$  associada a heterocedasticidade condicional residual.

Modelos *GARCH* caracterizam a dinâmica temporal da volatilidade, mas não explicitam em quais escalas temporais a variância se concentra. A análise espectral complementa esse ponto ao estimar a DEP, descrevendo como a variância se distribui ao longo das frequências (GRANGER; WATSON, 1984).

Em recortes adicionais, estimativas da DEP são usadas para comparar propriedades de retornos entre mercados financeiros e discutir a distribuição de energia por componentes de frequência, reforçando a adequação do instrumental em séries financeiras (JOSEPH; TURNER; JEREMIAH, 2016).

Do ponto de vista operacional, a potência contida entre duas frequências pode ser obtida pela integração (ou soma discreta) da DEP naquele intervalo, interpretando-se o resultado como a parcela de variância atribuída àquela banda (ROWELL, 2008).

Em séries intradiárias, há a preocupação com microestrutura, pois a região de maiores frequências do espectro (menores periodicidades, próximas ao limite imposto pela amostragem) pode ser dominada por fricções de negociação, como *bid-ask bounce* e discretização. Assim, a interpretação de componentes em retornos intradiários deve considerar possíveis distorções de microestrutura (ROLL, 1984).

Para processos estacionários em sentido amplo, a DEP definida como a Transformada de Fourier da autocovariância, empiricamente, é obtida por um estimador do tipo periodograma, calculado com *Fast Fourier Transform* – FFT conectando formalmente a dependência temporal (autocorrelação) ao conteúdo em frequência (KSCHISCHANG, 2017). Em termos interpretativos, a DEP responde à pergunta: quanta variância do sinal está associada a componentes de menor frequência *versus* maior frequência, o que é central quando se busca qualificar o risco (STOICA; MOSES, 2004).

A DEP é estimada a partir de amostras finitas e pode utilizar um procedimento não paramétrico por periodograma suavizado (FFT), com suavização por *spans* (médias móveis do tipo Daniell), além de *taper* e remoção de tendência (*detrending*). Esse arranjo reduz a variância do estimador em troca de resolução espectral, mantendo reprodutibilidade por parâmetros explícitos (BROCKWELL; DAVIS, 1991; BELZILE, 2019).





Do ponto de vista operacional, a DEP permite construir potência por banda, isto é, a parcela de variância atribuída a uma banda de frequências. Em forma discreta, uma aproximação comum é:

$$BP(B) \approx \sum_{f_k \in B} S(f_k) \Delta f \quad (06)$$

em que:

$S(f_k)$  é a DEP estimada no bin  $k$ , com bin representando um ponto numa grade discreta de frequências.

No mercado financeiro, a DEP e técnicas espectrais já foram empregadas explicitamente para decompor volatilidade e correlação por frequência/horizonte, usando medidas “*band-limited*” construídas via periodogramas e *cross-periodogram* (CHAUDHURI; LO, 2015).

Em finanças com dados em alta frequência pesquisas que sistematizam o uso de análise espectral buscam caracterizar retornos e estratégias em múltiplas bandas, reforçando que a DEP não é um artifício, mas um instrumento aplicado no domínio da frequência (ZHANG, 2016). Estudos recentes também seguem explorando abordagens espectrais para descrever desempenho e dinâmica do mercado financeiro o que fortalece a justificativa de uso da DEP em ativos financeiros (ROMANA, 2023).

Para o EEG, a DEP é uma das representações centrais para quantificar atividade por frequência, sendo comum sintetizar resultados como potência por bandas de frequência (delta, theta, alpha, beta, gamma). Nessa tradição, banda designa uma faixa de frequências do espectro, consolidando a prática de reportar potência por intervalos predefinidos (KANE et al., 2017).

Na literatura de EEG, é frequente resumir a DEP por faixas de frequência pré-definidas, como forma de sintetizar o conteúdo espectral de um sinal e facilitar comparações entre janelas, indivíduos ou condições experimentais (PARREIRA, 2006; HERRMANN; MUNK; ENGEL, 2004; BESTE; MÜNCHAU; FRINGS, 2023). Essa prática é citada nessa pesquisa apenas como referência metodológica de sumarização por bandas, sem equivalência fisiológica com o contexto financeiro.

Logo, adota-se taxonomia análoga apenas como convenção classificatória: as bandas são definidas em ciclos por minuto ou, de forma equivalente, em periodicidades em minutos, e utilizadas para resumir a composição espectral do *proxy* de risco intradiário. Assim, componentes de menor frequência e maior frequência referem-se exclusivamente a maiores e menores periodicidades, respectivamente, dentro do recorte 2–128 min, condicionadas à amostragem de 1 minuto e ao limite de Nyquist (metade da frequência de amostragem).



Embora revisões metodológicas em EEG discutam estimadores espectrais como o método de Welch pela estabilidade e mitigação de efeitos de borda (ZHANG et al., 2023), existem outros estimadores espectrais para série de dados em alta frequência (GU, 2024).

Em dados intradiários, é recorrente a presença de uma componente periódica associada ao relógio do pregão da bolsa de valores (abertura, meio do dia, fechamento), que se manifesta como padrões sistemáticos na dispersão dos retornos e nas medidas de volatilidade em janelas curtas. Essa periodicidade, quando não controlada, pode contaminar a dependência temporal (autocorrelação) e, em consequência, influenciar a leitura no domínio da frequência, pois a DEP passa a capturar não apenas estrutura estocástica do risco, mas também um componente determinístico do calendário de negociação. A literatura de dados em alta frequência enfatiza que a periodicidade intradiária tem impacto material na caracterização de persistência e dinâmica de volatilidade, motivando procedimentos explícitos de controle/normalização antes de inferências sobre estrutura temporal (ANDERSEN; BOLLERSLEV, 1997).

Séries financeiras de dados em alta frequência são tipicamente leptocúrticas e podem exibir saltos discretos (*jumps*) associados a notícias, rupturas de liquidez e efeitos de microestrutura. Quando o *proxy* de risco é construído como  $v_t = r_t^2$ , a transformação quadrática amplifica observações extremas, de modo que poucos episódios podem dominar a variância total e enviesar estatísticas derivadas do espectro, sobretudo nas faixas mais curtas. Nesse contexto, a literatura desenvolve decomposições da variação realizada que distinguem componente contínua e saltos (por exemplo, via *bipower variation*), reforçando que a presença de *jumps* é um elemento estrutural relevante e que medidas de volatilidade podem ser fortemente afetadas por extremos se não houver tratamento robusto, assim, mesmo quando o objetivo não é o de detectar *jumps*, é justificável empregar procedimentos robustos que reduzam a influência desproporcional de extremos sobre a decomposição por escalas (BARNDORFF-NIELSEN; SHEPHARD, 2004).

O método de *surrogate data* estabelece uma hipótese nula (por exemplo, um processo linear estocástico com certas propriedades preservadas) e gera um conjunto de séries substitutas compatíveis com essa hipótese, em seguida, compara-se a estatística de interesse entre a série observada e o envelope empírico fornecido pelas substitutas (THEILER et al., 1992). No caso de randomização de fase, preservam-se propriedades de segunda ordem relacionadas à autocorrelação/DEP e destrói-se a organização temporal da fase.

No presente enquadramento, um ponto interpretativo deve ser explicitado: quando a estatística avaliada deriva diretamente da DEP é plausível que *surrogates* que preservem o espectro produzam envelopes próximos ao observado. Nessa situação, os *surrogates* não alteram o resultado, eles delimitam o escopo da inferência: a decomposição por bandas descreve composição espectral da variância por escalas temporais. Esses fundamentos sustentam, na próxima seção, a adoção de



controles de sazonalidade intradiária, mitigação de extremos e validação por séries substitutas como critérios de robustez e transparência inferencial.

### 3 METODOLOGIA

Esta pesquisa classifica-se, quanto à abordagem, como quantitativa, pois se fundamenta em variáveis mensuráveis (preços, retornos e medidas de volatilidade em base intradiária) e aplica técnicas estatísticas/econométricas para estimação e avaliação de padrões (GIL, 2008; LAKATOS; MARCONI, 2003; VERGARA, 2005).

Trata-se de um estudo empírico e de desenho observacional (não intervencional), uma vez que analisa o comportamento do mercado de ações a partir de série temporal intradiária, sem manipulação de variáveis (GIL, 2008; VERGARA, 2005), reconhecendo-se ainda que componentes de curto prazo podem sofrer influência de aspectos de microestrutura (ROLL, 1984).

Quanto aos procedimentos técnicos, a pesquisa é documental, por utilizar dados secundários publicamente disponibilizados (cotações intradiárias), e bibliográfica, por apoiar-se em literatura especializada sobre volatilidade condicional, assimetria e métodos espectrais (GIL, 2008; VERGARA, 2005; LAKATOS; MARCONI, 2003).

Quanto aos objetivos, o delineamento é descritivo-analítico (ou descritivo, com componente explicativo em sentido econométrico), ao caracterizar a concentração de variância por bandas de periodicidade e examinar, por meio de modelagem, padrões de persistência e assimetria compatíveis com o referencial adotado (GIL, 2008; VERGARA, 2005).

### 4 MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa utiliza uma série intradiária do índice da bolsa de valores – IBOVESPA, com granularidade de 1 minuto, coletada no site *Advanced Financial Network* (ADVFN), abrangendo o intervalo de 03 de novembro a 12 de dezembro de 2025, correspondente a aproximadamente cinco semanas de pregões. Embora a base bruta possa conter registros fora do horário regular por ajustes e eventos específicos, a amostra analítica é padronizada para o pregão regular 10:00–18:00 (inclusive), a fim de assegurar comparabilidade entre dias e reduzir a influência de trechos atípicos, em consonância com a sensibilidade de medidas em dados em alta frequência a efeitos de microestrutura (ROLL, 1984).

No período considerado, os dados da semana de 10 a 14 de novembro não estavam disponíveis no site da ADVFN, e a semana de 17 a 21 de novembro contou com quatro pregões em decorrência de feriado nacional; as demais semanas apresentam cinco pregões. Assim, a amostra final compreende 24 pregões, com registros indexados por carimbo de data e hora na unidade temporal de um minuto.



A preparação da base envolve: (i) padronização do carimbo temporal em fuso horário único e formato consistente; (ii) remoção de duplicidades; e (iii) verificação de lacunas. Após o recorte ao intervalo de negociação efetiva, procede-se à checagem de consistência intradiária pela contagem de observações por pregão, resultando em 481 registros por dia no intervalo 10:00–18:00, sem imputação de valores faltantes nos dias disponíveis.

A variável de retorno é definida como retorno logarítmico natural, por convenção em finanças e por sua relação direta com capitalização contínua por minuto:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (07)$$

em que:

$P_t$  representa o nível do índice no minuto  $t$ . O cálculo de  $r_t$  é conduzido intra-pregão, evitando atravessar a transição entre dias. Assim, o primeiro minuto de cada pregão não possui retorno definido. Para representar a intensidade da variação, consideram-se *proxies* usuais de volatilidade intradiária, como  $|r_t|$  e  $r_t^2$ . Nessa pesquisa, adota-se  $v_t = r_t^2$  como *proxy* principal de risco intradiário na decomposição.

A etapa econométrica estima a dinâmica da volatilidade por modelos *ARCH/GARCH*, nos quais a variância condicional depende de choques e variâncias passadas (ENGLE, 1982; BOLLERSLEV, 1986). A persistência é caracterizada no *GARCH(1,1)* padrão ou *sGARCH* (simétrico) pela proximidade de  $\alpha + \beta$  em relação à unidade, interpretada como dissipação lenta de choques. A assimetria na resposta da volatilidade ao sinal dos retornos é investigada por especificações assimétricas, notadamente o *EGARCH(1,1)* ou *eGARCH* (NELSON, 1991), com  $\alpha_1^{(E)}$  capturando o efeito de sinal e  $\gamma_1^{(E)}$  capturando o efeito de magnitude do choque padronizado, descritos na equação (3). Os modelos são estimados na série concatenada de retornos intradiários e comparados por critérios de informação AIC e BIC, além de inspeção da significância dos parâmetros associados à assimetria, de modo a classificar o regime empírico (presença/ausência de evidência estatística de assimetria) e a persistência.

Como a decomposição espectral em dados em alta frequência pode ser sensível a padrões intradiários sistemáticos e a observações extremas, o *proxy*  $v_t = r_t^2$  é submetido a dois controles antes da estimação da DEP: (i) remoção de sazonalidade intradiária (por minuto do pregão). Para cada posição intradiária  $j$  (isto é, para cada minuto relativo dentro do pregão, de  $j = 1$  até  $j = 480$ ), estima-se um padrão robusto por meio da mediana de  $\log(v_t + \varepsilon)$  ao longo de todos os pregões disponíveis. Em seguida, reescala-se  $v_t$  por esse padrão, de modo a reduzir a influência do relógio do pregão da bolsa de valores na distribuição de potência por escalas. O termo  $\varepsilon > 0$  é uma constante numérica



pequena utilizada apenas para evitar problemas computacionais no logaritmo; (ii) mitigação de extremos/*jumps* (winsorização superior intradiária). Após a reescala, aplica-se winsorização superior por pregão, limitando  $v_t$  ao quantil superior predefinido (*pipeline* do *software* R,  $p = 0,995$ ). Esse procedimento reduz a dominância desproporcional de poucos pontos extremos sobre a potência total e, por consequência, sobre as proporções por banda. O resultado desse pré-processamento define a série efetivamente analisada no domínio da frequência, denotada por  $v_t^{(\text{foco})}$ .

Para decompor a dinâmica do risco por bandas, estima-se a DEP de  $v_t^{(\text{foco})}$  em cada pregão, interpretando a série como *proxy* intradiário de intensidade de volatilidade. Considerando amostragem por minuto, adota-se  $f_s = 1$  amostra/minuto e frequências em ciclos por minuto, com limite de *Nyquist* em 0,5 ciclos/min.

Embora a DEP seja estimada utilizando toda a série intradiária do pregão ( $N \approx 480$  observações), a síntese por bandas e a normalização percentual são realizadas no recorte de periodicidades de 2–128 minutos. Essa escolha evita que a potência em frequências baixas, representando oscilações de horizonte próximo ao comprimento do pregão em 128–480 min, seja dominada por poucos coeficientes espectrais e por efeitos de borda, o que reduziria a comparabilidade entre pregões e aumentaria a sensibilidade a tendências residuais.

Assim, a DEP é estimada por procedimento não paramétrico via periodograma suavizado (FFT), com parâmetros operacionais explicitados para reprodutibilidade: *taper* = 0,1, remoção de tendência (*detrending*) e suavização por *spans* do tipo Daniell (GU, 2024). No *software* R, o vetor *spans* especifica suavizadores do tipo Daniell modificado aplicados sucessivamente, equivalentes à convolução de núcleos, portanto, *spans* = c(5,5) correspondem a duas suavizações de largura 5 no domínio da frequência (GU, 2024; BELZILE, 2019). Esse arranjo reduz a variância do periodograma em troca de resolução espectral, o que é adequado quando o objetivo é estabilizar estimativas para comparação por bandas relativamente amplas (2–128 min), e não identificar picos estreitos (GU, 2024). Ressalta-se que, embora o método de Welch seja comum em outras áreas, ele não é o estimador adotado nessa pesquisa.

A partir da DEP estimada  $S(f)$ , calcula-se a potência por banda como a parcela de variância contida em um intervalo  $B = [f_{\min}, f_{\max})$ , por aproximação discreta  $\sum_{f_k \in B} S(f_k) \Delta f_k$ . As bandas são definidas em termos de periodicidade  $P$  (minutos) e convertidas para frequência por  $f = 1/P$ .

Adota-se uma taxonomia diádica de periodicidade (potências de 2), empregada apenas como convenção classificatória de regimes de oscilação, sem equivalência fisiológica. As bandas são definidas como intervalos contíguos e não sobrepostos em periodicidade  $P$  (minutos), usando a convenção  $[P_{\min}, P_{\max})$ , isto é, inclui-se o limite inferior e exclui-se o superior, garantindo limites mutuamente exclusivos e contabilização única de cada componente. Assim, definem-se: 2–8 min



(gamma), 8–16 min (beta), 16–32 min (alpha), 32–64 min (theta) e 64–128 min (delta). Por exemplo, beta:  $8 \leq P < 16$  e alpha:  $16 \leq P < 32$ , de modo que  $P = 16$  pertence à alpha e não à beta, evitando duplicidade. Quando necessário expressar em frequência  $f = 1/P$  (ciclos por minuto), a mesma partição implica a inversão da convenção em  $P$ , ou seja: beta:  $\frac{1}{16} < f \leq \frac{1}{8}$  e alpha:  $\frac{1}{32} < f \leq \frac{1}{16}$ , preservando a não sobreposição (isto é,  $f = 1/16$  pertence à alpha, mas não à beta), de forma que exclui-se o limite inferior e inclui-se o limite superior. Frequências acima do limite de Nyquist da amostragem por minuto ( $f > 0,5$  ciclos/min, equivalentes a períodos  $P < 2$ min) não são identificáveis e, além disso, a região de maior frequência tende a ser mais sensível a efeitos de microestrutura em dados financeiros, por essa razão, não se desagregam sub-faixas abaixo de 2 minutos.

Por fim, a potência por faixa é normalizada pela potência total do pregão, produzindo proporções que somam 100% em cada dia sobre a periodicidade 2-128 min, viabilizando comparações diretas entre pregões da bolsa de valores e sínteses por semana em termos de composição relativa do risco entre escalas.

Como verificação adicional, aplica-se um procedimento de séries substitutas (*surrogates*) por pregão da bolsa de valores, com geração de um conjunto de séries nulas por randomização de fase. Para cada pregão da bolsa de valores, são geradas  $N$  séries substitutas (no *pipeline* executado em R,  $N = 200$ ), e repete-se o cálculo de potência por banda (%) em cada substituta, obtendo-se, para cada banda, a média nula e um intervalo empírico (por exemplo, percentis 2,5% e 97,5%). A potência por banda observada em  $v_t^{(foco)}$  é então comparada a esse envelope nulo, com o objetivo de caracterizar a estabilidade do padrão encontrado sob uma hipótese nula construída por substituição de fase.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A etapa econométrica foi conduzida sobre a série completa de retornos intradiários por minuto, concatenada por pregões, estimando modelos da família *GARCH*. O *sGARCH*(1,1) foi empregado como especificação de referência para caracterizar a persistência da volatilidade, apresentando  $\alpha_1^{(G)} + \beta_1^{(G)} = 0,9664$ , valor elevado e compatível com dissipação lenta de choques (ENGLE, 1982; BOLLERSLEV, 1986). Em seguida, estimou-se o *eGARCH*(1,1) para avaliar assimetria por sinal na variância condicional. Essa especificação apresentou AIC/BIC ligeiramente inferiores ao *sGARCH*, indicando melhor ajuste relativo por critérios de informação. No entanto, o parâmetro de efeito de sinal ( $\alpha_1^{(E)} = -0,0038$ ;  $p = 0,477$ ) não foi significativo, não sustentando evidência de efeito alavancagem nem de alavancagem invertida. Em contrapartida, observou-se forte efeito de magnitude ( $\gamma_1^{(E)} = 0,1512$ ;  $p < 0,001$ ) e elevada persistência ( $\beta_1^{(E)} = 0,9924$ ;  $p < 0,001$ ) (NELSON, 1991).

A adequação do ajuste foi avaliada por diagnósticos em resíduos padronizados. Em todas as especificações, os testes *Ljung-Box* aplicados a  $z_t$  não indicaram autocorrelação remanescente nos





horizontes avaliados. No  $sGARCH(1,1)$ , conforme o Quadro 1, os  $p$ -values em  $z_t$  permaneceram acima de 5% para  $h = 5, 10, 20, 60, 120$ , sugerindo ausência de dependência serial relevante na média condicional. Em contrapartida, os testes aplicados a  $z_t^2$  rejeitaram a hipótese nula apenas para  $h = 5$  e  $h = 10$ , indicando autocorrelação conjunta em  $z_t^2$  restrita às defasagens iniciais. Para  $h \geq 20$ ,  $z_t^2$  não apresentou evidência de autocorrelação conjunta, o que sugere que a especificação  $sGARCH$  captura adequadamente a dinâmica de volatilidade na maior parte do pregão, com limitações pontuais concentradas nas defasagens 1–10 minutos.

Quadro 1 – Testes Ljung–Box em  $z_t$  para o modelo  $sGARCH$

h (min)	$z_t$ : p-value → decisão (5%)	$z_t^2$ : p-value → decisão (5%)
5	0,377 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos até 5 min)	0,0015 → rejeita (há evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 5 min)
10	0,084 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos até 10 min)	0,0160 → rejeita (há evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 10 min)
20	0,061 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos até 20 min) (limítrofe)	0,0890 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 20 min)
60	0,280 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos até 60 min)	0,754 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 60 min)
120	0,575 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos até 120 min)	0,9998 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 120 min)

Fonte: o autor (2025)

No  $eGARCH(1,1)$ , o Ljung–Box em  $z_t$  rejeitou a hipótese nula no horizonte de 10 minutos, sugerindo dependência residual na média condicional restrita a esse horizonte. Já os testes aplicados a  $z_t^2$  rejeitaram a hipótese nula entre 5 e 60 minutos, indicando heterocedasticidade condicional remanescente nesse horizonte.

Como verificação de robustez, estimaram-se ordens alternativas  $eGARCH(1,2)$  e  $eGARCH(2,1)$ ; embora parte do comportamento em horizontes maiores tenha se atenuado, permaneceu evidência de dependência dos horizontes de 5-60 minutos, sugerindo a presença de componentes intradiários em horizonte específico (5-60 min) que não são plenamente capturados pela classe  $eGARCH$  considerada.





Quadro 2 – Testes Ljung–Box em  $z_t$  para o modelo *eGARCH*

h (min)	$z_t$ : p-value → decisão (5%)	$z_t^2$ : p-value → decisão (5%)
5	0,117 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos até 5 min)	$1,1 \times 10^{-16}$ → rejeita (há evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 5 min)
10	0,029 → rejeita (há evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos dos resíduos até 10 min)	$2,2 \times 10^{-14}$ → rejeita (há evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 10 min)
20	0,109 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos até 20 min)	$5,0 \times 10^{-11}$ → rejeita (há evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 20 min)
60	0,489 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos até 60 min)	$3,4 \times 10^{-4}$ → rejeita (há evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 60 min)
120	0,692 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta dos resíduos até 120 min)	0,546 → não rejeita (sem evidência de autocorrelação conjunta em $z_t^2$ até 120 min)

Fonte: o autor (2025)

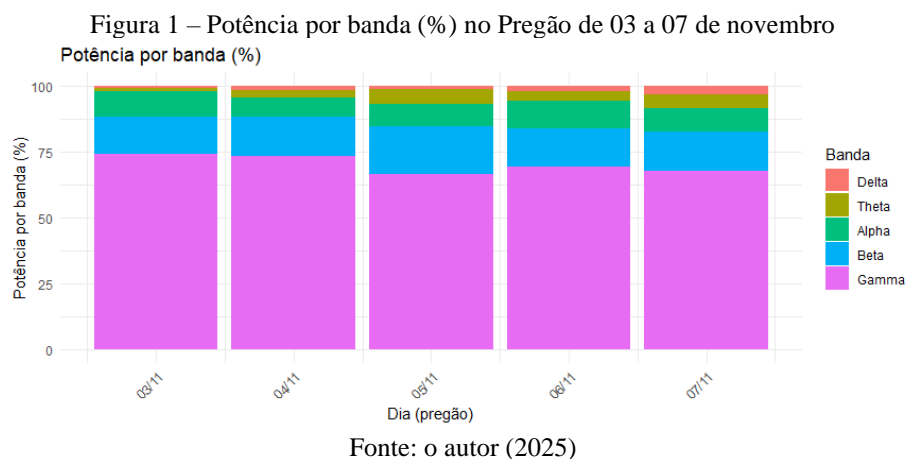
Assim, as inferências sobre persistência elevada e resposta da volatilidade à magnitude dos choques são reportadas como síntese global da dinâmica condicional, reconhecendo-se a limitação associada à captura de dependências, conforme *eGARCH*.

Em perspectiva multiescala, a DEP estimada por pregão para o *proxy*  $v_t = r_t^2$  decompõe a variância de  $v_t$  em bandas de periodicidade, com proporções normalizadas (100% por dia), viabilizando comparações entre pregões e semanas. Enquanto a econometria resume a dinâmica condicional global do risco, a DEP descreve a distribuição do risco intradiário (no sentido de  $r_t^2$ ) entre componentes de maior frequência e de menor frequência dentro de cada pregão (GRANGER; WATSON, 1984; STOICA; MOSES, 2004).

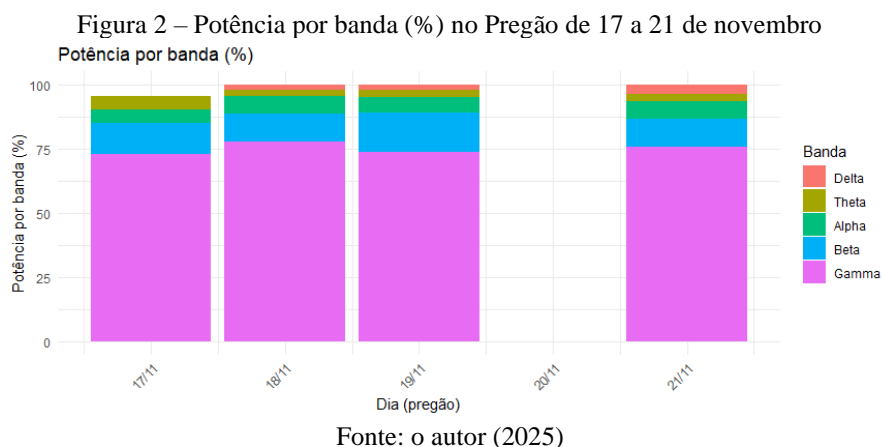
Considerando que, nesta versão do estudo, a DEP foi estimada sobre o *proxy*  $v_t = r_t^2$  após pré-processamento (remoção de sazonalidade intradiária por minuto do pregão e mitigação de extremos por winsorização superior intradiária), a Figura 1 indica que, na semana de 03 a 07 de novembro, a variância intradiária do IBOVESPA se concentra de forma sistemática em componentes associadas a menores periodicidades, com predominância da banda gamma (2–8 min) em todos os pregões.

Esse padrão sugere que a maior parcela do risco intradiário (no sentido de  $r_t^2$ ) é explicada por variações cuja realização ocorre principalmente em janelas de 2 a 8 minutos ao longo do pregão. As bandas beta (8–16 min) e alpha (16–32 min) aparecem como contribuições secundárias e variáveis entre os dias, enquanto as bandas theta/delta (32–64/64–128 min) mantêm participação residual, indicando menor contribuição na composição da variância intradiária no intervalo de 2 a 128 minutos.



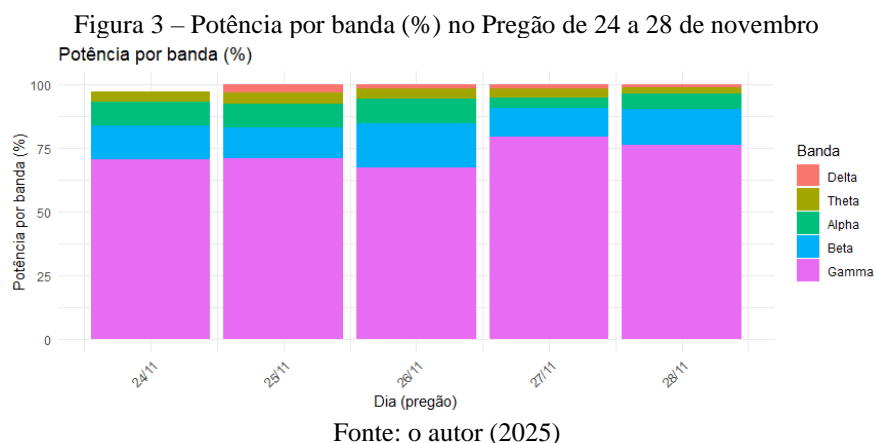


A Figura 2 indica que, entre 17 e 21 de novembro (sem barra em 20/11, por ausência de pregão em função de feriado nacional), a variância intradiária do IBOVESPA medida pelo *proxy*  $v_t = r_t^2$  permanece concentrada em componentes associadas a maiores frequências, com predominância sistemática da banda gamma (2–8 min). As bandas beta (8–16 min) e alpha (16–32 min) aparecem como contribuições secundárias e variáveis entre os pregões, enquanto theta/delta (32–64/64–128 min) tendem a ser residuais. O padrão deve ser interpretado como composição espectral da variância intradiária no pregão, uma vez que  $r_t^2$  agrega conjuntamente retornos positivos e negativos, sem distinção de sinal.

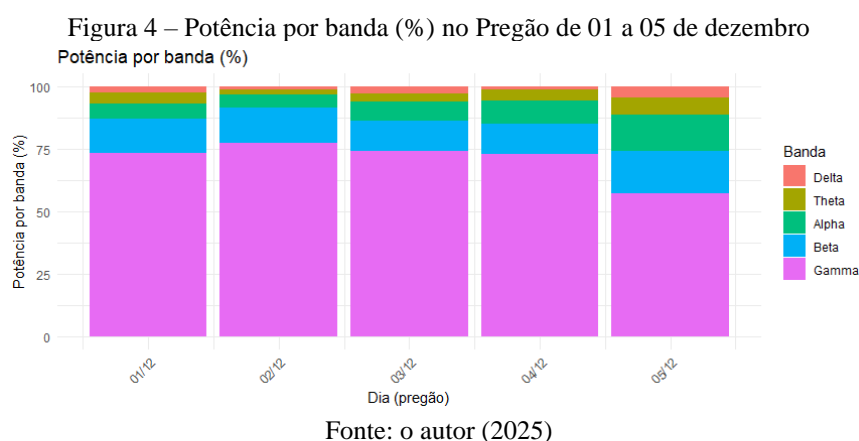


A Figura 3 mantém o padrão de dominância da banda gamma (2–8 min), mas evidencia variação intrassemanal na contribuição de escalas intermediárias: observa-se, em especial, um pregão com redistribuição relativa de potência de gamma para beta/alpha, enquanto nos demais dias gamma volta a representar a maior parcela da variância intradiária. Em termos interpretativos, isso é compatível com alternância entre pregões nos quais a realização da variância se concentra relativamente mais em menores periodicidades (2–8 min) e pregões em que parte da potência se redistribui para faixas de periodicidade (8–32 min), no recorte analisado.

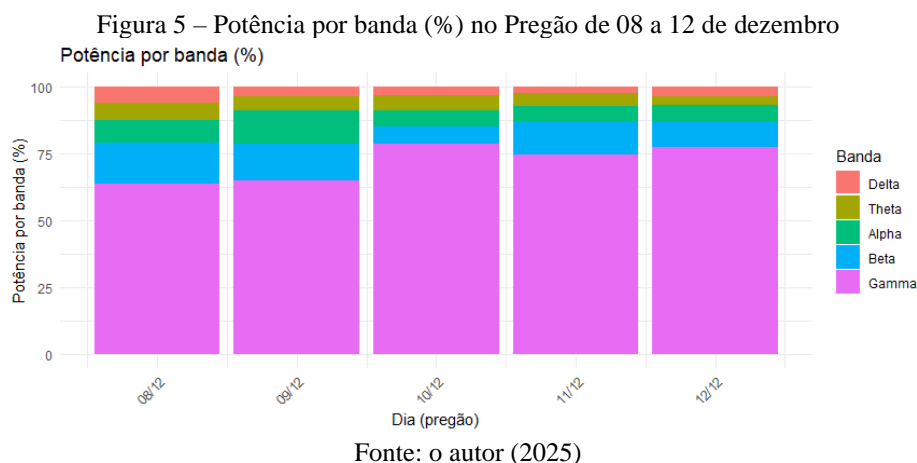




A Figura 4 indica predominância de gamma na maior parte dos pregões, porém com um dia de destaque no qual há redução acentuada de gamma e aumento visível das contribuições de beta e alpha, acompanhado de elevação relativa de theta/delta. Esse desenho sugere que, em determinados pregões, uma fração maior do risco intradiário se materializa em faixas de periodicidade 8–32 min e de 32–128 min, elevando a participação de componentes acima de 32 minutos na composição da variância do dia, no recorte analisado.



Já a Figura 5 mostra que o padrão de dominância de gamma (2–8 min) persiste, mas com heterogeneidade nos primeiros pregões da semana, observando-se maior participação relativa de beta/alpha (8–16/16–32 min) e, em menor grau, theta/delta (32–64/64–128 min), enquanto nos pregões subsequentes a potência volta a se concentrar mais fortemente em gamma. Em conjunto, o recorte reforça que a variância intradiária, no intervalo analisado (2–128 min), é predominantemente explicada por componentes associadas a menores periodicidades, com variação interdiária na contribuição de faixas intermediárias e, ocasionalmente, de maior periodicidade.



Ressalta-se que as figuras citadas representam a composição espectral do risco total do pregão, uma vez que  $r_t^2$  incorpora conjuntamente retornos positivos e negativos, não se tratando de medida condicionada ao sinal do retorno.

Como a análise espectral foi construída a partir do *proxy*  $v_t^{(foco)}$  (obtido de  $r_t^2$  após remoção de sazonalidade intradiária por minuto do pregão e mitigação de extremos por winsorização superior intradiária), os resultados das Figuras 1 a 5 descrevem a composição espectral da assinatura multiescala da dinâmica do risco intradiário no recorte analisado (2–128 min). Observa-se um padrão robusto de concentração de potência em menores periodicidades, com predominância sistemática da banda gamma (2–8 min) ao longo dos pregões, enquanto as bandas beta (8–16 min) e alpha (16–32 min) apresentam contribuições secundárias e variáveis. Em alguns pregões, nota-se redistribuição relativa de potência para faixas de periodicidade 8–32 min e, ocasionalmente, para componentes de periodicidade 32–64/64–128 min, ou seja, theta/delta, sugerindo que parte da variância intradiária pode, em determinados dias, distribuir-se de forma relativamente menos concentrada nas menores janelas e mais alocada em horizontes de dezenas de minutos.

Em termos econômicos, esse padrão é consistente com a hipótese de que parte relevante da variância intradiária do IBOVESPA se realiza em janelas de 2–8 minutos, o que pode estar associado a mecanismos de ajuste intradiário, como processos de descoberta de preço e recomposição de posições. Episódios de maior participação em maior periodicidade sugerem, descritivamente, uma redistribuição temporal da variância para horizontes mais longos, sem que se infira causalidade a partir dessa decomposição. Por fim, ressalta-se que as figuras representam a distribuição da variância por escalas temporais a partir de  $r_t^2$ , agregando retornos positivos e negativos e, portanto, sem distinguir separadamente canais por sinal.

A Tabela 1 sintetiza, por pregão, a composição percentual da potência espectral do *proxy* de risco intradiário  $v_t = r_t^2$ .



Tabela 1 – Índice de Composição (IC) e potência espectral percentual por bandas do risco intradiário

Data	Semana_ Pregao	Gamma	Beta	Alpha	Theta	Delta	Share_ 2-32	Share_ 32-128	IC	Razao_ RL	Classe_ IC
03/11/2025	S1	73,95	14,32	9,39	1,51	0,83	97,66	2,34	95,32	41,72	Rápido
04/11/2025	S1	74,48	14,09	7,25	2,69	1,50	95,82	4,18	91,63	22,90	Rápido
05/11/2025	S1	66,16	18,37	8,52	5,41	1,54	93,05	6,95	86,11	13,40	Misto
06/11/2025	S1	69,24	14,47	10,51	3,44	2,35	94,21	5,79	88,43	16,28	Misto
07/11/2025	S1	67,99	14,78	8,68	5,30	3,24	91,46	8,54	82,92	10,71	Lento
17/11/2025	S2	72,84	12,13	5,38	5,14	4,51	90,35	9,65	80,70	9,36	Lento
18/11/2025	S2	77,64	10,92	6,94	2,43	2,06	95,51	4,49	91,01	21,25	Rápido
19/11/2025	S2	73,83	15,03	6,11	2,95	2,08	94,96	5,04	89,93	18,86	Rápido
21/11/2025	S2	75,78	10,83	6,72	3,04	3,64	93,33	6,67	86,65	13,98	Misto
24/11/2025	S3	70,53	13,23	8,99	4,04	3,21	92,75	7,25	85,50	12,79	Misto
25/11/2025	S3	71,16	11,94	9,13	4,27	3,50	92,23	7,77	84,46	11,87	Misto
26/11/2025	S3	67,15	17,35	9,62	4,17	1,71	94,12	5,88	88,24	16,00	Misto
27/11/2025	S3	79,17	11,62	3,82	3,52	1,87	94,61	5,39	89,23	17,57	Misto
28/11/2025	S3	76,11	14,25	6,01	2,36	1,27	96,37	3,63	92,73	26,52	Rápido
01/12/2025	S4	72,88	13,61	6,26	4,78	2,47	92,75	7,25	85,49	12,79	Misto
02/12/2025	S4	77,45	14,05	5,25	1,79	1,46	96,75	3,25	93,50	29,76	Rápido
03/12/2025	S4	74,06	12,14	7,39	3,59	2,83	93,58	6,42	87,16	14,58	Misto
04/12/2025	S4	72,79	11,90	9,38	4,42	1,50	94,08	5,92	88,15	15,88	Misto
05/12/2025	S4	56,21	17,20	14,81	6,75	5,03	88,22	11,78	76,44	7,49	Lento
08/12/2025	S5	63,71	15,33	8,32	6,52	6,11	87,37	12,63	74,74	6,92	Lento
09/12/2025	S5	64,75	13,77	12,37	5,40	3,71	90,88	9,12	81,76	9,97	Lento
10/12/2025	S5	78,44	6,54	5,97	5,52	3,52	90,95	9,05	81,91	10,05	Lento
11/12/2025	S5	74,51	12,00	5,89	5,12	2,49	92,39	7,61	84,78	12,14	Misto
12/12/2025	S5	77,15	8,71	6,96	3,19	3,99	92,81	7,19	85,63	12,92	Misto

Classe\_IC refere-se ao nível do IC no conjunto do período (N=24 pregões), não a uma descrição absoluta de 'mercado lento/rápido'.  $IC = (Gamma + Beta + Alpha) - (Theta + Delta)$ . As classes são determinadas por quartis globais do IC: Lento ( $IC \leq Q1$ ), Rápido ( $IC \geq Q3$ ) e Misto ( $Q1 < IC < Q3$ ). Nesta amostra:  $Q1=84.074$  e  $Q3=89.403$ .

Fonte: o autor (2025)

Estimada no recorte de periodicidades de 2 a 128 minutos, as proporções somam 100% dentro desse intervalo. Para cada dia, as colunas Gamma, Beta, Alpha, Theta e Delta apresentam a parcela (%) de potência em cada banda.

Agregam-se as três bandas (2–8, 8–16 e 16–32 min) em  $Share\_2-32 = Gamma + Beta + Alpha$ , e as duas bandas (32–64 e 64–128 min) em  $Share\_32-128 = Theta + Delta$ . Essa agregação preserva a estrutura hierárquica da partição diádica e reduz a dimensionalidade do resumo, sem pretensão de interpretação estrutural.

Com base nessas bandas agregadas, define-se o Índice de Composição como  $IC = Share\_2-32 - Share\_32-128$  e a Razão como  $Razão\_RL = Share\_2-32 / Share\_32-128$ , medidas descritivas que quantificam como a potência espectral se distribui entre periodicidades dentro da periodicidade de 2–128 min. Esses indicadores têm finalidade de organização e comparação entre pregões, não de inferência causal ou previsão direcional.



A coluna *Classe\_IC* rotula cada pregão como Rápido, Lento ou Misto, conforme a posição do IC na distribuição amostral (critérios por quantis), com finalidade exclusivamente de resumo e organização dos resultados. Os rótulos Rápido/Lento/Misto referem-se exclusivamente a essas faixas de periodicidade e à posição relativa do IC na amostra, não constituindo uma classificação substantiva do mercado.

Na Tabela 1, a coluna *Classe\_IC* é um resumo relativo dentro da amostra de 24 pregões das bandas agregadas *Share\_2–32* (Gamma+Beta+Alpha) e *Share\_32–128* (Theta+Delta). O rótulo Rápido identifica pregões no quartil superior do IC, isto é, dias em que a potência normalizada em 2–32 min foi relativamente maior quando comparada aos demais pregões do período; Lento indica o quartil inferior, com maior participação relativa de 32–128 min e Misto corresponde aos dias intermediários (entre Q1 e Q3), sem predominância relativa tão marcada. Assim, Na Semana 5, três pregões (08, 09 e 10) foram classificados como Lento, isto é, apresentaram valores de IC no quartil inferior da amostra ( $IC \leq Q1$ ). Isso reflete participação relativamente maior de *Share\_32–128* na composição espectral do pregão em comparação aos demais dias do período. Nos pregões de 11 e 12/12, a classificação Misto ( $Q1 < IC < Q3$ ) corresponde a valores intermediários do IC, sem se situar entre os 25% menores ou os 25% maiores da amostra.

Dessa forma, a Tabela 1 oferece um critério descritivo para caracterizar pregões segundo a forma temporal de realização da variância no recorte 2–128 min, distinguindo pregões com maior parcela de potência normalizada em 2–32 min daqueles com maior parcela de potência normalizada em 32–128 min.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo investigou a volatilidade intradiária do IBOVESPA com granularidade de 1 minuto, articulando modelagem condicional da família *GARCH* com uma leitura multiescala no domínio da frequência. Em termos gerais, os resultados convergem para um quadro de volatilidade persistente, no qual choques demoram a se dissipar, característica compatível com a literatura clássica de heterocedasticidade condicional em séries financeiras (ENGLE, 1982; BOLLERSLEV, 1986).

Ao avaliar a possibilidade de assimetria por sinal na resposta da volatilidade, o modelo *eGARCH* com inovação *t-Student* apresentou ajuste informacional ligeiramente superior ao *sGARCH*. Ainda assim, a evidência empírica não sustenta que retornos negativos e positivos produzam respostas sistematicamente distintas na variância condicional no recorte analisado. Em contrapartida, a dinâmica estimada indica que a volatilidade reage de modo mais consistente à magnitude dos choques do que ao seu sinal, sugerindo um mecanismo em que o tamanho do movimento importa mais do que a direção.

Os diagnósticos em resíduos padronizados reforçam a adequação global das especificações para capturar a dependência temporal na média, mas apontam limitações em janelas intradiárias, com



indícios de heterocedasticidade residual concentrada nos horizontes de 5–10 minutos no *sGARCH* e de 5–60 minutos no *eGARCH*, conforme os testes aplicados a  $z_t^2$ . Mesmo com variações de ordem no *eGARCH*, a evidência de dependência residual em  $z_t^2$  permaneceu principalmente entre 20 e 60 minutos (com rejeições também em 5–20 min), sugerindo a presença de componentes intradiários não plenamente capturados pela classe *eGARCH* considerada.

Em complemento, a DEP aplicada ao *proxy*  $v_t^{(\text{foco})}$  (obtido a partir de  $r_t^2$  após remoção de sazonalidade intradiária por minuto do pregão e mitigação de extremos por winsorização superior intradiária) permitiu descrever como a variância intradiária total, incorporando conjuntamente retornos positivos e negativos, se distribui por escalas temporais dentro de cada pregão, com proporções normalizadas que viabilizam comparações entre dias e semanas. Os resultados apontam para um padrão robusto de concentração da potência na banda gamma (2–8 min), isto é, componentes associadas a menores periodicidades no recorte analisado. As bandas beta (8–16 min) e alpha (16–32 min) aparecem como contribuições secundárias e variáveis entre dias, sugerindo que, em alguns pregões, parcela do risco intradiário se redistribui para essas bandas. Em recortes específicos, as bandas theta/delta (32–64/64–128 minutos) deixam de ser estritamente residuais, sinalizando maior participação relativa de oscilações acima de 32 minutos na composição da variância intradiária em determinados dias. Em conjunto, a DEP descreve a composição espectral da variância intradiária no recorte de 2 a 128 minutos, enquanto a econometria sintetiza a dinâmica condicional ao evidenciar persistência elevada e resposta da volatilidade ao tamanho dos choques, sem suporte estatístico para assimetria por sinal no período analisado.

Como verificação adicional, a validação por séries substitutas (*surrogates*) por randomização de fase produziu envelopes nulos para a potência por banda (%), e, nos pregões avaliados, as proporções observadas permaneceram compatíveis com esses envelopes. Esse resultado delimita o escopo interpretativo: a decomposição por bandas deve ser lida como composição espectral do risco intradiário (estatística de segunda ordem), sem pretensão de inferir mecanismos associados à fase ou interpretações para além do domínio estritamente espectral.

Logo, no recorte analisado, a decomposição espectral mostrou concentração predominante da variância intradiária em 2–8 min, o que reforça que métricas e decisões definidas em janelas de poucos minutos tendem a ser mais sensíveis a flutuações rápidas e a fricções de microestrutura. Além disso, as medidas por banda e os índices derivados ( $\text{Share}_{2-32}$ ,  $\text{Share}_{32-128}$  e  $IC$ ), reportados na Tabela 1, permitem caracterizar pregões segundo a forma temporal de realização da variância no recorte 2–128 min, distinguindo maior concentração relativa em 2–32 min *versus* maior contribuição em 32–128 min, com finalidade descritiva e comparativa entre pregões.

A interpretação dos resultados deve considerar algumas limitações. Uma delas refere-se à amostra de cinco semanas e à presença de lacunas relevantes (ausência de dados na semana de 10 a 14





de novembro e redução do número de pregões na semana com feriado), o que restringe a generalização dos achados para outros regimes de mercado (por exemplo, períodos de estresse, mudanças abruptas de liquidez ou alterações de política monetária). Outra limitação é que a análise foi conduzida sobre um índice agregado; assim, a estrutura espectral observada pode refletir, em parte, a dinâmica de poucos ativos de maior peso na carteira teórica do IBOVESPA, limitando inferências sobre comportamentos intradiários heterogêneos que poderiam emergir com maior clareza em ações individuais ou em recortes setoriais. Por fim, embora o recorte ao pregão regular e a padronização temporal reduzam distorções, a granularidade de 1 minuto mantém a análise suscetível a efeitos de microestrutura (*bid-ask bounce* e discretização), que podem influenciar a distribuição de potência em periodicidades de 2–8 min e, portanto, afetar marginalmente a leitura da predominância de componentes de menor periodicidade.

Como agenda de trabalhos futuros, dois encaminhamentos são particularmente naturais. O primeiro consiste em expandir a decomposição multiescala para incluir, além do *proxy* total, medidas por canal de sinal, como a semivariância positiva  $v_t^+ = r_t^2 \mathbf{1}(r_t > 0)$  e a semivariância negativa  $v_t^- = r_t^2 \mathbf{1}(r_t < 0)$ , permitindo comparar diretamente a estrutura espectral entre movimentos positivos e negativos e avaliar se existem diferenças por escalas temporais mesmo quando a assimetria por sinal não é detectada pelo *EGARCH* no período analisado. O segundo encaminhamento é replicar o procedimento para ações individuais (e, eventualmente, por setores), verificando se a concentração em menores periodicidades e o padrão por bandas persistem fora do IBOVESPA. Essa extensão permitiria avaliar heterogeneidade, reduzir a influência da ponderação do índice e fortalecer a validade externa dos resultados.



## REFERÊNCIAS

ABDULAZIZ, A. I. et al. Does holidays affect the returns of stock markets prices? An application of some GARCH and Prophet models under varying error distributions. *Internaonal Journal of Science for Global Sustainability*, v. 10, n.4, p. 60, 2024. Disponível em: <https://www.researchgate.net/> (buscar pelo título). Acesso em: 18 dez. 2025.

ADVANCED FINANCIAL NETWORK (ADVFN). Cotações intradiárias do IBOVESPA (1 minuto) — base de dados. Disponível em: <https://br.advfn.com/>. Acesso em: 18 dez. 2025.

ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T. Intraday Periodicity and Volatility Persistence in Financial Markets (1997). ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0927539897000042>

ASEMOTA, O. J.; EKEJIUBA, U. C. An application of asymmetric GARCH models on volatility of banks equity in Nigeria's stock market. *CBN Journal of Applied Statistics*, Abuja, v. 8, n. 1, p. 73–99, 2017. Disponível em: <https://hrmars.com/>. Acesso em: 18 dez. 2025.

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 19, n. 6, p. 716-723, 1974.

BANDI, F.; TAMONI, A. Spectral financial econometrics. *VoxEU (CEPR)*, 2022. Disponível em: <https://cepr.org/voxeu/> (buscar pelo título). Acesso em: 18 dez. 2025.

BARNDORFF-NIELSEN, O. E.; SHEPHARD, N. Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps (2004). OUP/JFEC: <https://academic.oup.com/jfec/article/2/1/1/960705>

BESTE, Christian; MÜNCHAU, Alexander; FRINGS, Christian. Towards a systematization of brain oscillatory activity in actions. *Communications Biology*, v. 6, art. 137, 2023. DOI: 10.1038/s42003-023-04531-9. Disponível em: <https://www.nature.com/articles/s42003-023-04531-9>. Acesso em: 19 dez. 2025.

BELZILE, L. Spectral density estimation. *timeseRies*, 2019. Disponível em: <https://lbelzile.github.io/timeseRies/spectral-density-estimation.html>. Acesso em: 26 dez. 2025.

BLACK, F. Studies of stock price volatility changes. In: AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION. *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section*. [S.l.]: ASA, 1976. Disponível em: <https://www.americanstatisticalassociation.org/>. Acesso em: 18 dez. 2025.

BOLLERSLEV, T. zed autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v. 31, n. 3, p. 307–327, 1986. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1). Acesso em: 18 dez. 2025.

BROCKWELL, P. J.; DAVIS, R. A. Time series: theory and methods. 2. ed. New York: Springer, 1991.

CHAUDHURI, S.; LO, A. W. Spectral analysis of stock-return volatility, correlation and beta. In: *2015 IEEE DSP/SPE*. 2015. DOI: <https://doi.org/10.1109/DSP-SPE.2015.7369558>. Acesso em: 18 dez. 2025.

CRAN. *rugarch: Univariate GARCH models*. Comprehensive R Archive Network, 2025. Disponível em: <https://cran.r-project.org/package=rugarch>. Acesso em: 19 dez. 2025.



ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987–1007, 1982. DOI: <https://doi.org/10.2307/1912773>. Acesso em: 18 dez. 2025.

FIGLEWSKI, S.; WANG, X. Is the “leverage effect” a leverage effect? (*Working paper*), 2000. DOI/SSRN: <https://doi.org/10.2139/ssrn.256109>. Acesso em: 18 dez. 2025.

FRIMPONG, J. M.; OTENG-ABAYIE, E. F. Modelling and forecasting volatility of returns on the Ghana Stock Exchange using GARCH models. *American Journal of Applied Sciences*, v. 3, n. 10, p. 2042–2048, 2006. DOI: <https://doi.org/10.3844/ajassp.2006.2042.2048>. Acesso em: 18 dez. 2025.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GRANGER, C. W. J.; WATSON, M. W. Time series and spectral methods in econometrics. In: GRILICHES, Z.; INTRILIGATOR, M. D. (ed.). *Handbook of Econometrics*. v. 2. Amsterdam: Elsevier, 1984.

GU, C. STAT 520: Spectral estimation. Purdue University, 2024. Notas de aula. Disponível em: <https://www.stat.purdue.edu/~chong/stat520/ps/spec.pdf>. Acesso em: 26 dez. 2025.

HERRMANN, C. S.; FRÜND, I.; LENZ, D. Human gamma-band activity: a review on cognitive and behavioral correlates and network models. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, v. 34, n. 2, p. 981-992, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neubiorev.2009.09.001>. Acesso em: 18 dez. 2025.

HERRMANN, C. S.; MUNK, M.; H. J.; ENGEL, A. K. Cognitive functions of gamma-band activity: memory match and utilization. *Trends in Cognitive Sciences*, v. 8, n. 8, p. 347-355, ago. 2004. DOI: 10.1016/j.tics.2004.06.006. Disponível em: [https://neuro.bstu.by/ai/To-dom/My\\_research/Papers-2.1-done/Cognitive-S/Consciousness/D/Ref/Gamma-band/2/Herrmann04.pdf](https://neuro.bstu.by/ai/To-dom/My_research/Papers-2.1-done/Cognitive-S/Consciousness/D/Ref/Gamma-band/2/Herrmann04.pdf). Acesso em: 19 dez. 2025.

JOSEPH, A.; TURNER, C.; JEREMIAH, R. Comparative analyses of stock returns properties and predictability. *Procedia Computer Science*, v. 95, p. 272-280, 2016. DOI: 10.1016/j.procs.2016.09.333. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050916325066>. Acesso em: 19 dez. 2025.

KANE, N. et al. A revised glossary of terms most commonly used by clinical electroencephalographers and updated proposal for the report format of the EEG findings. *Clinical Neurophysiology Practice*, v. 2, p. 170-185, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cnp.2017.07.002>. Acesso em: 18 dez. 2025.

KSCHISCHANG, F. R. *The Wiener-Khinchin Theorem*. Toronto: University of Toronto, The Edward S. Rogers Sr. Department of Electrical and Computer Engineering, 2017. Disponível em: <https://www.comm.toronto.edu/frank/notes/wk.pdf>. Acesso em: 19 dez. 2025

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. *Fundamentos de metodologia científica*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MALMSTEN, H. Evaluating exponential GARCH models. Stockholm: Stockholm School of Economics, 2004. (SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance, n. 564). Disponível em: <https://swopec.hhs.se/hastef/papers/hastef0564.pdf>. Acesso em: 19 dez. 2025.

MARTINS, A. F. F.; BORTOLON, P. M.; MAIA, M. V. Relação entre índice de volatilidade implícita e índice de retorno de ações: evidências para o mercado acionário brasileiro. *Revista Contemporânea de Contabilidade*, v. 18, n. 49, p. 73–91, 2021. DOI: <https://doi.org/10.5007/2175-8069.2021.e77707>.



Acesso em: 18 dez. 2025.

NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, v. 59, n. 2, p. 347–370, 1991. <https://doi.org/10.2307/2938260>

NÉO, J. D. G.; RODRIGUES, R. O impacto da COVID-19 na volatilidade do Ibovespa: uma análise por modelos ARCH/GARCH. *Revista de Economia Mackenzie*, v. 22, n. 1, p. 162–190, 2025. Disponível em: <https://www.researchgate.net>. Acesso em: 18 dez. 2025.

GARCH, EGARCH e TGARCH. In: *ANPEC SUL*, 2024. Disponível em: [https://www.anpec.org.br/sul/2024/submissao/files\\_I/i8-2d995feb37128b5db0053d205ebf9cd0.pdf](https://www.anpec.org.br/sul/2024/submissao/files_I/i8-2d995feb37128b5db0053d205ebf9cd0.pdf). Acesso em: 18 dez. 2025.

PAN, Q. Changes in volatility leverage and spillover effects of crude oil futures markets. *Journal of Commodity Markets*, 2023. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/> Acesso em: 18 dez. 2025.

PARREIRA, F. J. Detecção de crises epilépticas a partir de sinais eletroencefalográficos. 206. 185 p. Tese. (Doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.  
R (manual). spec.pgram. Disponível em: <https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/stats/html/spec.pgram.html>. Acesso em: 19 dez. 2025.

ROLL, R. A simple implicit measure of the effective bid–ask spread in an efficient market. *The Journal of Finance*, v. 39, n. 4, p. 1127–1139, 1984. DOI: <https://doi.org/10.2307/2327617>. Acesso em: 18 dez. 2025.

ROMANA, I. E. A spectral approach to stock market performance. *arXiv*, 2023. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/2305.05762>. Acesso em: 18 dez. 2025.

ROWELL, D. Non-Parametric Power Spectral Density Estimation. Lecture 23. In: MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY. Signal Processing: Continuous and Discrete (2.161). MIT OpenCourseWare, Fall 2008. Disponível em: [https://ocw.mit.edu/courses/2-161-signal-processing-continuous-and-discrete-fall-2008/c7d1951d44fe78ea97d0e14ea5158aee\\_lecture\\_23.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/2-161-signal-processing-continuous-and-discrete-fall-2008/c7d1951d44fe78ea97d0e14ea5158aee_lecture_23.pdf). Acesso em: 19 dez. 2025.

SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, v. 6, n. 2, p. 461–464, 1978.

STOICA, P.; MOSES, R. L. *Spectral analysis of signals*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2004.

THEILER, J. et al. Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data (1992). ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016727899290102S>

VARELA, F.; LACHAUX, J-P; RODRIGUEZ, E.; M, J. The brainweb: phase synchronization and large-scale integration. *Nature Reviews Neuroscience*, v. 2, n. 4, p. 229–239, abr. 2001. DOI: 10.1038/35067550. Disponível em: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/11283746/>. Acesso em: 19 dez. 2025.

VERGARA, S. C. *Métodos de pesquisa em administração*. São Paulo: Atlas, 2005.

ZHANG, H. et al. The applied principles of EEG analysis methods in neuroscience and clinical neurology. 2023. PMCID: PMC10729551. Disponível em: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC10729551/>. Acesso em: 18 dez. 2025.



ZHANG, Y. *Spectral analysis of high-frequency finance*. 2016. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, 2016. Disponível em: <https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/106399/967704353-MIT.pdf>. Acesso em: 18 dez. 2025.

